CPの破れを促す新たなニュートリノ質量行列とμ - τ 対称性

東海大学　　相澤　一郎

*) I. Aizawa and M. Yasue hep-ph/0510132
to appear in Phys. Rev. D (2005)

序論

観測結果:

$$5.4\times 10^{-5}\,\mathrm{eV}^2 < \Delta m_{\mathrm{e}}^2 < 9.5\times 10^{-5}\,\mathrm{eV}^2,\ 0.7 < \sin^2 2\theta_{\mathrm{e}} < 0.95,$$

$$1.2\times 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2 < \Delta m_{atm}^2 < 4.8\times 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2,\ 0.92 < \sin^2 2\theta_{atm},$$

$$\sin\theta_{CHOOZ} < 0.23.$$

$$\Rightarrow \Delta m_{atm}^2\ ?\ \Delta m_{\mathrm{e}}^2,\ \sin^2 2\theta_{atm,\mathrm{e}}\ :\ 1,\ \sin^2\theta_{CHOOZ} \ll 1$$

$\mu-\tau$ 対称性

$$\sin^2 2\theta_{atm} = 1 \qquad \sin^2\theta_{CHOOZ} = 0,$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{e\mu} & M_{e\tau} \\ M_{e\mu} & M_{\mu\mu} & M_{\mu\tau} \\ M_{e\tau} & M_{\mu\tau} & M_{\tau\tau} \end{pmatrix}$$

注）荷電レプトンの質量行列は対角化されている。

$$\begin{cases} U_{PMNS}^{\mathrm{T}} M_\nu U_{PMNS} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \\ U_{PMNS} = U_\nu K \\ U_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ K = \mathbf{diag}\left(e^{i\beta_1}, e^{i\beta_2}, e^{i\beta_3}\right) \end{cases}$$

particle data group parameterization

δ : Dirac位相

β_1, β_2, β_3 : Majorana位相

μ - τ 対称性:

$$M = \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{e\mu} & -\sigma M_{e\mu} \\ M_{e\mu} & M_{\mu\mu} & M_{\mu\tau} \\ -\sigma M_{e\mu} & M_{\mu\tau} & M_{\mu\mu} \end{pmatrix} \qquad (\sigma = \pm 1)$$

$$\sin 2\theta_{23} = \sigma,\ \sin\theta_{13} = 0$$

⇒ CPの破れが現れてこない

$$\cancel{\sin 2\theta_{23} = \sigma,\ \sin\theta_{12} = 0}$$

⇐ 現在検討中

動機と目的

✓ μ - τ 対称性の利点:

- μ - τ 対称性は観測結果の特徴を再現することができる。

✓ μ - τ 対称性の弱点:

- μ - τ 対称性を課す事によりθ_{13}が正確に0になってしまう。
- 荷電レプトンでは μ - τ 対称性が満たされていない。

観測結果の特徴を再現する μ - τ 対称性の持つ利点を残し、有限のθ_{13}を生み出すニュートリノ質量行列を考える。

μ - τ 対称性を破れを持つ質量行列

✓CPの破れが最大の場合:

$$M_\nu = \underbrace{\begin{pmatrix} a_0 & b_0 & -\sigma b_0 \\ b_0 & d_0 & e \\ -\sigma b_0 & e & d_0 \end{pmatrix}}_{\mu\text{-}\tau\text{ 対称性を満たす部分}} + i \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & b'_0 & \sigma b'_0 \\ b'_0 & d'_0 & 0 \\ \sigma b'_0 & 0 & -d'_0 \end{pmatrix}}_{\mu\text{-}\tau\text{ 対称性を破る部分}} \qquad (\sigma = \pm 1)$$

$$\theta_{23} = \sigma \frac{\pi}{4}, \delta = \pm \frac{\pi}{2}$$

CPの破れが最大ではない場合は？

✓CPの破れが最大ではない場合:

$$M_\nu = \underbrace{\begin{pmatrix} a_0 & b_0 & -\sigma b_0 \\ b_0 & d_0 + d_1 e^{-2i\alpha} & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma b_0 & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\alpha}\right) & d_0 + d_1 e^{-2i\alpha} \end{pmatrix}}_{\mu\text{ - }\tau\text{ 対称性を満たす部分}} + \underbrace{\varepsilon e^{-i\alpha} \begin{pmatrix} 0 & b_0' & \sigma b_0' \\ b_0' & d_0' & 0 \\ \sigma b_0' & 0 & -d_0' \end{pmatrix}}_{\mu\text{ - }\tau\text{ 対称性を破る部分}}$$

$$\boxed{\alpha = \delta,\ \sin 2\theta_{23} = \sigma,\ \tan 2\theta_{12} \approx 2\sqrt{2}\,\frac{b_0}{2d_0 - a_0},\ \tan 2\theta_{13} = 2\sqrt{2}\sigma\,\frac{\varepsilon b_0'}{2d_1 - a_0}}$$

μ - τ 対称性の利点を残し、有限のθ_{13}を再現している。

Majorana位相

$$m_1 e^{-2i\beta_1} = \frac{1}{2} c_{13}{}^2 a_0 - \sqrt{2}\, \frac{1}{\sin 2\theta_{12}} \frac{1}{c_{13}} b_0 - \sqrt{2}\sigma\varepsilon c_{13} s_{13} b_0' + d_0 + s_{13}{}^2 d_1,$$

$$m_2 e^{-2i\beta_2} = \frac{1}{2} c_{13}{}^2 a_0 + \sqrt{2}\, \frac{1}{\sin 2\theta_{12}} \frac{1}{c_{13}} b_0 - \sqrt{2}\sigma\varepsilon c_{13} s_{13} b_0' + d_0 + s_{13}{}^2 d_1,$$

$$m_3 e^{-2i\beta_3} = \frac{2c_{13}^2 d_1 - s_{13}^2 a_0}{c_{13}^2 - s_{13}^2} e^{-2i\delta}$$

$$\beta_1 = \beta_2 = 0,\ \beta_3 = \delta$$

Majorana位相が決定される！！

Normal Mass Hierarchy①

$$M_\nu = d_1 \begin{pmatrix} p\eta & \eta + \varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(\eta - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ \eta + \varepsilon e^{-i\alpha} & r\eta + x\varepsilon e^{-i\alpha} + e^{-2i\alpha} & -\sigma\left(r\eta - e^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma\left(\eta - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma\left(r\eta - e^{-2i\alpha}\right) & r\eta - x\varepsilon e^{-i\alpha} + e^{-2i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\tan 2\theta_{12} \approx \frac{2\sqrt{2}\eta}{(2r-p)\eta + 2t_{13}^2},\ \tan 2\theta_{13} \approx \sqrt{2}\sigma\varepsilon,\ \delta = \alpha,$$

$$m_1 \approx R^{(-)} d_1,\ m_2 \approx R^{(+)} d_1,\ m_3 \approx 2d_1,$$

$$\Delta m_e^2 \approx \frac{2\sqrt{2}\left(\left(p+2r\right)\eta - 2t_{13}^2\right)}{\sin 2\theta_{12}}\eta d_1^2,\ \Delta m_{atm}^2 \approx 4d_1^2,$$

$$R^{(\pm)} = \frac{\left(p+2r\right)\eta - 2t_{13}^2}{2} \pm \frac{\sqrt{2}\eta}{\sin 2\theta_{12}}$$

$$\Delta m_{atm}^2,\ \Delta m_e^2,\ \sin^2\theta_{CHOOZ}$$

$$\tan 2\theta_{13} = O(\varepsilon),\ \eta \ll O\left(\sqrt{\Delta m_e^2 / \Delta m_{atm}^2}\right)$$

Normal Mass Hierarchy②

$$M_\nu = d_1 \begin{pmatrix} -2 & q+\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(q-\varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ q+\varepsilon e^{-i\alpha} & 1+x\varepsilon e^{-i\alpha}-re^{-2i\alpha} & -\sigma\left(1+re^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma\left(q-\varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma\left(1+re^{-2i\alpha}\right) & 1-x\varepsilon e^{-i\alpha}-re^{-2i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\tan 2\theta_{12} \approx \frac{q}{\sqrt{2}},\ \tan 2\theta_{13} \approx -\frac{\sqrt{2}}{r-1}\sigma\varepsilon,\ \delta = \alpha,$$

$$m_1 \approx -S^{(-)}d_0,\ m_2 \approx S^{(+)}d_0,\ m_3 \approx -2rd_0,$$

$$\Delta m_e^2 \approx \frac{8(r-1)}{\cos 2\theta_{12}} t_{13}^2 d_0^2,\ \Delta m_{atm}^2 \approx 4\left| r^2 - \frac{1}{\cos^2 2\theta_{12}} \right| d_0^2,$$

$$S^{(\pm)} = \frac{2}{\cos 2\theta_{12}} \pm (r-1)\, t_{13}^2$$

Δm^2_{atm} ? Δm^2_e, $\sin^2\theta_{CHOOZ}$

$$\tan 2\theta_{13} = O(\varepsilon) = O\left(1\sqrt{\Delta m_e^2 / \Delta m_{atm}^2}\right)$$

Inverted Mass Hierarchy①

$$M_\nu = d_0 \begin{pmatrix} 2(1-p\eta) & \eta+\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma(\eta-\varepsilon e^{-i\alpha}) \\ \eta+\varepsilon e^{-i\alpha} & 1+x\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma \\ -\sigma(\eta-\varepsilon e^{-i\alpha}) & -\sigma & 1-x\varepsilon e^{-i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\tan 2\theta_{12} \approx \frac{\sqrt{2}\eta}{p\eta - t_{13}^2}, \ \tan 2\theta_{13} \approx -\sqrt{2}\sigma\varepsilon, \ \delta = \alpha,$$

$$m_1 \approx T^{(+)} d_0, \ m_2 \approx T^{(-)} d_0, \ m_3 \approx -2 t_{13}^2 d_0,$$

$$\Delta m_{\mathrm{e}}^2 \approx \frac{8\sqrt{2}}{\sin 2\theta_{12}} \eta d_0^2, \ \Delta m_{atm}^2 \approx 4 d_0^2,$$

$$T^{(\pm)} = 2 - \sqrt{2}\,\frac{\cos 2\theta_{12} \pm 1}{\sin 2\theta_{12}}\eta$$

$$\tan 2\theta_{13} = O(\varepsilon), \ \eta = O\left(\sqrt{\Delta m_{\mathrm{e}}^2 / \Delta m_{atm}^2}\right)$$

Inverted Mass Hierarchy②

$$M_\nu = d_0 \begin{pmatrix} -2(1-\eta) & q+\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(q-\varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ q+\varepsilon e^{-i\alpha} & 1+x\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma \\ -\sigma\left(q-\varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma & 1-x\varepsilon e^{-i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\tan 2\theta_{12} \approx \frac{q}{\sqrt{2}},\ \tan 2\theta_{13} \approx \sqrt{2}\sigma\varepsilon,\ \delta = \alpha$$

$$m_1 \approx -\left(\frac{2}{\cos 2\theta_{12}} - U^{(-)}\right) d_0,\ m_2 \approx \left(\frac{2}{\cos 2\theta_{12}} + U^{(+)}\right) d_0,\ m_3 \approx 2t_{13}^2 d_0,$$

$$\Delta m_{\mathrm{e}}^2 \approx \frac{8\left(\eta - t_{13}^2\right)}{\cos 2\theta_{12}} d_0^2,\ \Delta m_{atm}^2 \approx \frac{4}{\cos^2 2\theta_{12}} d_0^2,$$

$$U^{(\pm)} = \frac{2}{\cos 2\theta_{12}} \pm \eta - t_{13}^2$$

$$\tan 2\theta_{13} = O(\varepsilon),\ \eta = O\left(\sqrt{\Delta m_{\mathrm{e}}^2 / \Delta m_{atm}^2}\right)$$

まとめと考察

► μ - τ 対称性の利点を生かしつつ、有限のθ_{13}となる質量行列を導いた。

✓Dirac位相、Majorana位相ともに決定された。

$$M_\nu = \begin{pmatrix} a_0 & b_0 & -\sigma b_0 \\ b_0 & d_0 + d_1 e^{-2i\alpha} & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma b_0 & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\alpha}\right) & d_0 + d_1 e^{-2i\alpha} \end{pmatrix} + \varepsilon e^{-i\alpha} \begin{pmatrix} 0 & b_0' & \sigma b_0' \\ b_0' & d_0' & 0 \\ \sigma b_0' & 0 & -d_0' \end{pmatrix}$$

► 質量の二乗差の階層性を説明できる質量行列を導いた。 Δm^2_{atm} ? Δm^2_{e}

✓Normal mass hierarchy 2つ $\varepsilon, \eta << 1, q = O(1)$

$$M_\nu = d_1 \begin{pmatrix} p\eta & \eta + \varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(\eta - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ \eta + \varepsilon e^{-i\alpha} & r\eta + x\varepsilon e^{-i\alpha} + e^{-2i\alpha} & -\sigma\left(r\eta - e^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma\left(\eta - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma\left(r\eta - e^{-2i\alpha}\right) & r\eta - x\varepsilon e^{-i\alpha} + e^{-2i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$M_\nu = d_1 \begin{pmatrix} -2 & q + \varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(q - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ q + \varepsilon e^{-i\alpha} & 1 + x\varepsilon e^{-i\alpha} - re^{-2i\alpha} & -\sigma\left(1 + re^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma\left(q - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma\left(1 + re^{-2i\alpha}\right) & 1 - x\varepsilon e^{-i\alpha} - re^{-2i\alpha} \end{pmatrix}$$

✓Inverted mass hierarchy 2つ $\varepsilon, \eta << 1, q = O(1)$

$$M_\nu = d_0 \begin{pmatrix} 2\left(1 - p\eta\right) & \eta + \varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(\eta - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ \eta + \varepsilon e^{-i\alpha} & 1 + x\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma \\ -\sigma\left(\eta - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma & 1 - x\varepsilon e^{-i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$M_\nu = d_0 \begin{pmatrix} -2\left(1 - \eta\right) & q + \varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma\left(q - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) \\ q + \varepsilon e^{-i\alpha} & 1 + x\varepsilon e^{-i\alpha} & -\sigma \\ -\sigma\left(q - \varepsilon e^{-i\alpha}\right) & -\sigma & 1 - x\varepsilon e^{-i\alpha} \end{pmatrix}$$

$$M_{\mu\mu} = \frac{1+e^{-2i\delta}}{2} M_{ee} + \frac{1}{\sqrt{2}} P^{(-)} \left(M_{e\mu} - \sigma M_{e\tau} \right) + \sigma \frac{1}{\sqrt{2}} Q \left(M_{e\mu} - \sigma M_{e\tau} \right),$$

$$M_{\tau\tau} = \frac{1+e^{-2i\delta}}{2} M_{ee} + \frac{1}{\sqrt{2}} P^{(+)} \left(M_{e\mu} - \sigma M_{e\tau} \right) + \sigma \frac{1}{\sqrt{2}} Q \left(M_{e\mu} + \sigma M_{e\tau} \right),$$

$$\sigma M_{\mu\tau} = -\left(1 - e^{-2i\delta}\right) M_{ee} - \sqrt{2}\left[\left(P^{(+)} + P^{(-)}\right)\left(M_{e\mu} - \sigma M_{e\tau} \right) + \sigma Q \left(M_{e\mu} + \sigma M_{e\tau} \right) \right],$$

$$P^{(\pm)} = \frac{1}{c_{13}\tan 2\theta_{12}} \pm \sigma \frac{s_{13}}{c_{13}} e^{-i\delta}, \quad Q = -\frac{1}{2} t_{13} e^{i\delta} + \frac{1}{\tan 2\theta_{13}} e^{-i\delta}$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} a_0 & b_0 & -\sigma b_0 \\ b_0 & d_0 + d_1 e^{-2i\alpha} & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\alpha}\right) \\ -\sigma b_0 & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\alpha}\right) & d_0 + d_1 e^{-2i\alpha} \end{pmatrix} + \varepsilon e^{-i\alpha} \begin{pmatrix} 0 & b_0' & \sigma b_0' \\ b_0' & d_0' & 0 \\ \sigma b_0' & 0 & -d_0' \end{pmatrix}$$

$M_{\mu\mu}, M_{\tau\tau}, M_{\mu\tau}$と$M_{ee}, M_{e\mu}, M_{e\tau}$との関係を導く事ができる。

$$M_\nu = \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{e\mu} & M_{e\tau} \\ M_{e\mu} & M_{\mu\mu} & M_{\mu\tau} \\ M_{e\tau} & M_{\mu\tau} & M_{\tau\tau} \end{pmatrix}$$

$\mu-\tau$ 対称性を破る部分の位相が同一である。

$$M_{ee} = a_0, \quad M_{e\mu} = b_0 + e^{i\delta} b_0', \quad M_{e\tau} = -\sigma\left(b_0 - e^{i\delta} b_0'\right)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} a_0 & b_0 & -\sigma b_0 \\ b_0 & d_0 + d_1 e^{-2i\delta} & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\delta}\right) \\ -\sigma b_0 & \sigma\left(-d_0 + d_1 e^{-2i\delta}\right) & d_0 + d_1 e^{-2i\delta} \end{pmatrix} + e^{-i\delta} \begin{pmatrix} 0 & b_0' & \sigma b_0' \\ b_0' & d_0' & 0 \\ \sigma b_0' & 0 & -d_0' \end{pmatrix}$$