埼玉大学素粒子論研究室セミナー: 2007年10月9日

レプトンの質量と混合

Part I Introduction

Part II Recent Development

Part I Introduction

1　基本的スタンス

1.1「現象論的アプローチ」について

（誤解）「新しい実験装置が稼働しないので，現象論はやることがない」

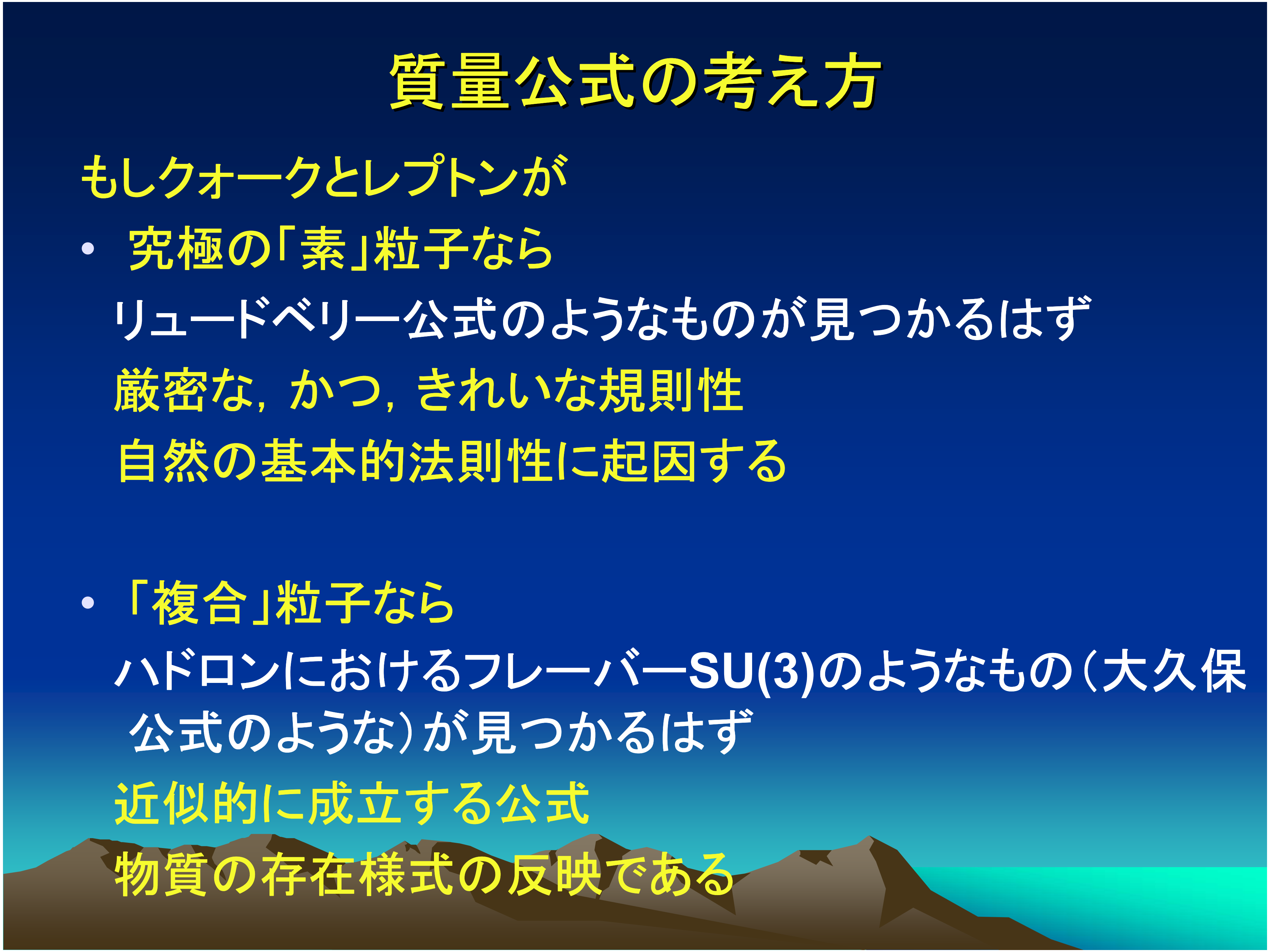
（正しくは）「新しい実験装置が稼働したら，現象論屋はやることがなくなり，失業だ！」

現象論は，既存データの「解釈」学ではない

現象論のポイントは，新しい現象の予言にある

1.2 なぜ質量と混合に注目するか？

それによって，リアリスティックなクォークとレプトンの統一模型構築への重要な手がかりが見いだせると考える


質量公式の考え方
もしクォークとレプトンが
• 究極の「素」粒子なら
リュードベリー公式のようなものが見つかるはず
厳密な，かつ，きれいな規則性
自然の基本的法則性に起因する
• 「複合」粒子なら
ハドロンにおけるフレーバーSU(3)のようなもの（大久保公式のような）が見つかるはず
近似的に成立する公式
物質の存在様式の反映である

1.3 なぜレプトンの質量と混合に注目するのか

観測値は特徴的な様相を示している

(1) 荷電レプトンの質量

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3}(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2$$

(2) ニュートリノ混合

Tribimaximal mixing

$$U_{TB} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$\tan^2\theta_{12}^{exp} = 0.46^{+0.04}_{-0.05}$$

単なるパラメター調整を超えた何かを示唆している

2　荷電レプトン質量公式

2.1　いかによく合うか！

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3}(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2$$

実験値

$$m_e = 0.51099892 \pm 0.00000004 \quad \mathrm{MeV}$$

$$m_\mu = 105.658369 \pm 0.000009 \quad \mathrm{MeV}$$

からm_τを計算

$$m_\tau = \left[2(\sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_e}) + \sqrt{3}\sqrt{m_\mu + m_e + 4\sqrt{m_e m_\mu}}\right]^2$$

$$= 1776.97 \ \mathrm{MeV}$$

$$m_\tau^{exp} = 1776.99^{+0.29}_{-0.26} \quad \mathrm{MeV}$$

実験値

$$\frac{m_\mu}{m_\tau} = 0.0594592, \quad \frac{m_e}{m_\tau} = 0.000287564.$$

しかしながら $m_e \to 0$ では実験値を再現できない

$$\frac{m_\mu}{m_\tau} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right)^2 = 0.071797\ .$$

$$m_\tau = 1471.63\ \mathrm{MeV}$$

$$m_\tau^{exp} = 1776.99^{+0.29}_{-0.26}\ \ \mathrm{MeV}$$

m_e の値はたとえ小さくてもそれは意味を持つ値である！

2.2 歴史

1982年

Composite model: π-η-σ **mixing の類推より**

$$m(e_i) = m_0(x_i + x_0)^2, \quad x_1 + x_2 + x_3 = 0, \quad x_0 = \sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)/3}. \tag{2.2}$$

$m_e,\ m_\mu$ の実験値より

$m_\tau = 1776.97\ \mathrm{MeV}$ を予言

Y K, LNC 34, 201 (1982); PLB 120B, 161 (1983)

where

$$\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(h_1\bar{h}_1 - h_2\bar{h}_2\right)$$
$$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(h_1\bar{h}_1 + h_2\bar{h}_2 - 2h_3\bar{h}_3\right)$$
$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(h_1\bar{h}_1 + h_2\bar{h}_2 + h_3\bar{h}_3\right)$$

(2.2)

予言値　$m_\tau = 1776.97$ MeV　は

観測値　$(m_\tau^{exp})_{old} = 1784.2 \pm 3.2$ MeV

とは合わない.

その後約8年間はその改良に努力した.

1990年

U(3)に基づいたヒグスポテンシャルモデルから

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3}(\sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau})^2$$

(2.4)

の形で再提案

YK, MPL A5, 2319 (1990)

$$V = \mu^2 \sum_i (\overline{\phi}_i \phi_i) + \frac{1}{2}\lambda \left[\sum_i (\overline{\phi}_i \phi_i) \right]^2$$

$$+\eta(\overline{\phi}_\sigma \phi_\sigma)(\overline{\phi}_\pi \phi_\pi + \overline{\phi}_\eta \phi_\eta),$$

(2.5)

where

$$\begin{aligned}
\phi_\pi &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - \phi_2)\ , \\
\phi_\eta &= \frac{1}{\sqrt{6}}(\phi_1 + \phi_2 - 2\phi_3)\ , \\
\phi_\sigma &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)\ .
\end{aligned} \tag{2.6}$$

V についての極小条件

$$\mu^2 + \lambda \sum_i |v_i|^2 + \eta(|v_\pi|^2 + |v_\eta|^2) = 0 \qquad (2.7)$$

$$\mu^2 + \lambda \sum_i |v_i|^2 + \eta |v_\sigma|^2 = 0 \qquad (2.8)$$

従って

$$|v_\sigma|^2 = |v_\pi|^2 + |v_\eta|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda + \eta} \qquad (2.9)$$

$$|v_1|^2 + |v_2|^2 + |v_3|^2 = |v_\pi|^2 + |v_\eta|^2 + |v_\sigma|^2$$

$$= 2|v_\sigma|^2 = 2\left(\frac{v_1 + v_2 + v_3}{\sqrt{3}}\right)^2 \qquad (2.10)$$

$m_i \propto \langle \phi_i \rangle^2$ さえ説明できれば，
比較的きれいなモデル
（具体的には，シーソータイプのメカニズムを考えた） $M_e \simeq m M^{-1} m^T$

以後，少々実験値からずれていても，それを合わせようとする無駄な抵抗は止める．

1992年 （10年後）

それまでのタウレプトンの質量値

$$(m_\tau^{exp})_{old} = 1784.2 \pm 3.2 \quad \mathrm{MeV}$$

が新しい値

$$(m_\tau^{exp})_{new} = 1776.99^{+0.29}_{-0.26} \quad \mathrm{MeV}$$

に書き換えられた

ARGUS, BES, CLEO (1992)

それで, この新しい実験値をすでに予言(**1776.97 MeV**)していたこの質量公式に注目が集まった

教訓：　あまりに細かな数値合わせに熱中するな！

無理のないモデルが結局生き残る

1999年

やっと U(3)を脱却して S_3の議論を始める

S_3対称性のもとでのヒグスポテンシャルモデル

YK, PRD 60, 077301 (1999)

2.3　17年前の仕事に見る萌芽的アイディア

(1) 質量スペクトルのパターンを
Yukawa結合の構造ではなく,
VEVの構造から理解しようとした

$$M_{ij} = Y_{ij} v \Rightarrow M_{ij} = y_0 \delta_{ij} v_i^2 / M_0$$

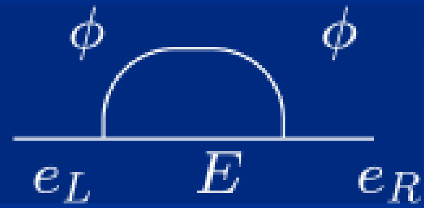
(2) familyの起源をtriplet にではなく,
SU(3) 8+1 の対角成分 (π, η, σ) に求めた

2.4　公式の特徴

(a) $\sqrt{m_i}$ が登場する

bi-linear form を示唆　$M_e = m_0 G^2$

⇒　Seesaw mechanism　$M_e \simeq m M^{-1} m^T$

or Radiative mass　$M_e =$ 

(b) $\sqrt{m_i} \leftrightarrow \sqrt{m_j}$ 対称である

⇒　S_3 symmetry

(c)　Pole masses に対してよく合う

(d)　$m_e \to 0$ ではは合わない

(c)　Pole masses に対してよく合う

あまりに合いすぎる！

　通常の mass matrix modelのアプローチを

飛び越えて，奇妙な神秘的「理論」が登場する

温床となっている

質量だけにこだわるモデルの多くは，mixingの問題に無力である！

　　統一モデルへの視点もない！

観測値を議論できる可能性

　Onedaの Asymptotic symmetryの手法

　　lightcone上での current algebra の計算

Part II Recent Development

3　新しい動き：　2006年

3.1 Brannen's speculations

[Brannen (2006)]

最近, **Brannen** は，ニュートリノ質量も**Koide**の荷電レプトン質量公式と同じ型の式を満たすと主張している:

$$m_{\nu 1}+m_{\nu 2}+m_{\nu 3}=\frac{2}{3}\left(-\sqrt{m_{\nu 1}}+\sqrt{m_{\nu 2}}+\sqrt{m_{\nu 3}}\right)^2$$

(3.1)

もちろん，現在のニュートリノ振動の実験だけからは，ニュートリノ質量の各々が独立に求まらないので，このことが正しいかチェックはできない

一般に, 関係 (2.1) あるいは (3.1) を満たす質量値は次のように表すことができる:

$$m_{fi} = (z_{fi})^2 m_{f0} \tag{3.2}$$

where

$$\begin{aligned} z_{f1} &= \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \xi_f \\ z_{f2} &= \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\xi_f + \tfrac{2}{3}\pi) \\ z_{f3} &= \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\xi_f + \tfrac{4}{3}\pi) \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$(z_{f1})^2 + (z_{f2})^2 + (z_{f3})^2 = 1 \tag{3.4}$$

そこで, Brannen はさらに次のようなspeculationを行った:

$$\xi_\nu = \xi_e + \frac{\pi}{12} \tag{3.5}$$

荷電レプトン質量の観測値からは

$$\xi_e = \frac{\pi}{4} - \varepsilon = 42.7324^\circ \quad (\varepsilon = 2.2676^\circ) \tag{3.6}$$

従って，**Brannen** の予想 **(3.5)**より

$$\xi_\nu = 57.7324^\circ \tag{3.7}$$

それは

$$R = \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2} = 0.0318 \tag{3.8}$$

を予言する． 値 **(3.8)** は，観測値 **0.029 +/- 0.005** と

よい一致を与える．

個人的感想

Brannen's first relation (3.1)：

S3モデルにある種の付加的条件を置くことにより,
説明できる可能性がある.

[YK, hep-ph/0612058, EPJC(2007)]

Brannen's second relation (3.5)：

対称性から出すのは難しいかもしれない.
そもそも重視すべきかどうか(偶然かどうか)も問題.

3.2 Brannen，G.Rosen の更なる予想

Brannen (2006)，G.Rosen (2006)

観測値からの値

$$\xi_e = 42.7324^\circ \tag{3.9}$$

は

$$\xi_e = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{9} \tag{3.10}$$

によって与えられる

実際, 値 2/9 は

$$2/9 \text{ rad} = 12.732395^\circ \tag{3.11}$$

を与える．驚くべき一致！偶然か？

個人的感想：

現段階では，(3.10)に真剣に取り組むにはあまりに時期尚早

3.3 From Seesaw to Frogatt-Nielsen

複数の $SU(2)_L$ doublet scalars を持ち込むモデルは FCNC 問題を引き起こす

Seesaw model

$$\langle \phi_L \rangle \langle \phi_R \rangle / M_F$$

を考えるより, **Frogatt-Nielsen-type model**:

$$H_{eff} = y_e \bar{l}_L H_L^d \frac{\phi^d}{\Lambda_d} \frac{\phi^d}{\Lambda_d} e_R + y_\nu \bar{l}_L H_L^u \frac{\phi^u}{\Lambda_u} \nu_R + y_R \overline{\nu}_R \Phi \nu_R^* \qquad (3.12)$$

を考えるべきかも知れない

3.4　From S_3 to A_4 & S_4

最近, **Ma** は **A_4**対称性に基づいて

観測されるニュートリノ混合 **"tribimaximal mixing"**

$$U_{TB} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

を導いている

Ma, Phys.Rev. D73, 057304 (2006)

3.5 From non-SUSY to SUSY

Ma はごく最近（12月）に, Koideの公式を導くために必要な 関係式 $v_\pi^2 + v_\eta^2 = v_\sigma^2$ を与える

supersymmetric S_3-invariant Higgs potential

$$W = \frac{1}{2} m \left(\phi_\pi^2 + \phi_\eta^2 + \phi_\sigma^2\right) + \frac{1}{3}\lambda\phi_\sigma^3 + \lambda\phi_\sigma\left(\phi_\pi^2 + \phi_\eta^2\right) \quad (3.14)$$

を提案した.

更に彼は離散対称性 $\Sigma(81)$ に基づくモデル

$$W = \frac{1}{2}m_0\chi_0^2 + \frac{1}{2}m_1\chi_1^2 + \frac{1}{2}m_2\chi_2^2 + m_3\chi_1\chi_2 + \frac{1}{3}\lambda(\chi_0^3 + \chi_1^3 + \chi_2^3 + 6\chi_0\chi_1\chi_2) \quad (3.15)$$

を提案した　　Ma, PLB649, 277 (2007) [hep-ph/0612022]

4　問題の所在

S_3, S_4, S_4 何であろうと抱えている問題は本質的には同じ

4.1　Tribimaximal Mixing

S_3： **doublet** (ψ_π, ψ_η) と **singlet** ψ_σ を次のように定義：

$$\begin{pmatrix} \psi_\pi \\ \psi_\eta \\ \psi_\sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

このとき

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_\eta \\ \psi_\sigma \\ \psi_\pi \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

すなわち，

荷電レプトンでは (e_1, e_2, e_3) が質量の固有状態であるとき，

ニュートリノでは $(\nu_\eta, \nu_\sigma, \nu_\pi)$ が質量の固有状態であればよい

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\eta \\ \nu_\sigma \\ \nu_\pi \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

ただし，**mass hierarchy** $m_\eta^2 < m_\sigma^2 \ll m_\pi^2$

（または $m_\pi^2 \ll m_\eta^2 < m_\sigma^2$ ）を持つこと！

4.2　荷電レプトンの質量の起源

- クリアすべき**2**つの課題

[I] VEV relation

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = \frac{2}{3}(v_1 + v_2 + v_3)^2 \quad (4.4)$$

をいかに導くか？

[II] $m_{ei} \propto v_i^2$ を与えるモデルをいかに設定するか？

[I] について: "Symmetry"の変遷

(i) U(3) (?) MPL (1990)

(ii) S3 PRD (1999)

hep-ph/0612058 EPJC (2007)

(iii) A4 hep-ph/0701018 EPJC (2007)

(iv) U(3) --> S4 hep-ph/0705.2275 JHEP(2007)

[II] について

(a) Universal seesaw model (2006まで)

$$M_e \simeq m M^{-1} m^T \tag{4.5}$$

(b) Froggatt-Nielsen type model (2006)

$$H_{eff} = y_e \bar{l}_L H_L^d \frac{\phi^d}{\Lambda_d} \frac{\phi^d}{\Lambda_d} e_R \tag{4.6}$$

(c) Haba-Koide: hep-ph/0708.3913

Yukawa c.c. と VEVとの関係 $Y \propto \langle \Phi \rangle \langle \Phi \rangle$

(d) Haba-Koide in preparation

F-component を利用 $\frac{\Phi^\dagger_{ij}}{M} L_i H_d E_j$

最近の私の考え

「質量の起源」と「質量スペクトルの起源」とを区別する

		$SU(2)_L$	U(3)-flavor
質量の起源：	Higgs scalars $H_{d,u}$	doublet	singlet
質量スペクトルの起源：	a new scalar Φ	singlet	nonet

5　最近の展開(2007)

5.1 My recent work based on SU(3)

How to get the VEV relation

5.2 My recent work with Haba

How to get the biliear mass form

5.1 My recent work based on SU(3)

hep-ph/0705.2275 (JHEP08, 086 (2007))

5.1.1 S4 embedded into SU(3)

	SU(3)	S4	
ψ	1	1	ϕ_σ
ψ_i	3	3'	$\ell_{Li} = (\nu_i, e_i)_L,\ e_{Ri}$
$\psi_{(ij)}$	6	1+2+3	
ψ_i^j	8	2+3+3'	(ϕ_π, ϕ_η)
$\psi_{(ijk)}$	10	1'+3+3'+3'	

5.1.2 Basic assumption

The fields ϕ_d and ϕ_u always appears in the theory in terms of the nonet form

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_\sigma + \frac{2}{\sqrt{6}}\phi_\eta \\ \phi_{22} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_\sigma - \frac{1}{\sqrt{6}}\phi_\eta - \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_\pi \\ \phi_{33} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_\sigma - \frac{1}{\sqrt{6}}\phi_\eta + \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_\pi \end{aligned} \tag{5.2}$$

5.1.3 Superpotential of the nonet fields

U(3) invariant superpotential

$$W = m\mathrm{Tr}(\Phi\Phi) + \lambda\mathrm{Tr}(\Phi\Phi\Phi) \quad (5.3)$$

からスタート.

しかし, これから $\partial W/\partial\Phi = 0$ を計算しても

望みのVEV relationは得られない.

さらなる仮定が必要:

We assume a Z_2 parity for

$$\underset{-}{\Phi = \Phi^{(8)}} + \underset{+}{\Phi^{(1)}} \quad (5.4)$$

Tr[(9)(9)] = Tr[(8)(8) + (1)(1)] : no effect of Z_2

\- - + +

Tr[(9)(9)(9)]=Tr[(8)(8)(8) + 3(1)(8)(8) +(1)(1)(1)]

\- - - + - - + + +

forbidden

By using $\Phi^{(1)} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\Phi$, we can rewrite

$$\mathrm{Tr}(\Phi\Phi\Phi) \Rightarrow \mathrm{Tr}(3\Phi^{(1)}\Phi^{(8)}\Phi(8)+\Phi^{(1)}\Phi^{(1)}\Phi^{(1)})$$

$$= \mathrm{Tr}(\Phi)\left[\mathrm{Tr}(\Phi\Phi) - \frac{2}{9}(\mathrm{Tr}\Phi)^2\right] \tag{5.5}$$

From the modified W under Z_2, we obtain

$$\frac{\partial W}{\partial \Phi} = 0 = f_1 \Phi + f_0 \mathbf{1} \qquad (5.6)$$

$$f_1 = 2(m + \lambda \mathrm{Tr}\Phi) \qquad (5.7)$$

$$f_0 = \lambda \left[\mathrm{Tr}(\Phi\Phi) - \frac{2}{3}(\mathrm{Tr}\Phi)^2 \right] \qquad (5.8)$$

In order that there exists a solution $\Phi \neq 0$, $f_1=0$ and $f_0=0$ are required. The requirement $f_0=0$ just means

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = \frac{2}{3}(v_1 + v_2 + v_3)^2 \qquad (5.9)$$

for the diagonal basis of $\langle \Phi \rangle = \mathrm{diag}(v_1, v_2, v_3)$

5.1.4 Symmetry breaking

普通，対称性の破れを導入すると，それまで得た関係式は近似的にのみ成立する関係となる

せっかく得たVEV関係式(5.9)を壊すことなく，v_π / v_η の値を正しく与えることができるか？

[結論] 可能！

$$W = W_0 + \varepsilon m [B \Phi^{(8)} \Phi^{(8)}] \qquad (5.10)$$

where [BB]=1, i.e.

$$b_\sigma = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad b_\eta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\beta, \quad b_\pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\beta \qquad (5.11)$$

We can fix v_π / v_η as

$$\tan\beta = \frac{v_\eta^2 - v_\pi^2}{2 v_\pi v_\eta} \qquad (5.12)$$

without spoiling the VEV relation (5.9)

[Notice!]

もし,

$$b_\sigma = \frac{1+\xi}{\sqrt{3}} \qquad (5.13)$$

なら

$$K \equiv \frac{\frac{2}{3}(v_1+v_2+v_3)^2}{v_1^2+v_2^2+v_3^2} = \frac{1+\varepsilon\xi}{1+2\varepsilon\xi} \qquad (5.14)$$

c.f.

$$K_e = 1.00000 \pm 0.00002, \quad K_d = 0.955^{+0.013}_{-0.016} \quad K_u = 0.753 \pm 0.003 \qquad (5.15)$$

5.1.5 Charged lepton sector

Problem: due to the Z2 invariance,

in the charged lepton sector $\bar{\ell}_L H_L^d \Phi_d \Phi_d e_R$

$\Phi\Phi$ means $\Phi^{(8)}\Phi^{(8)} + \Phi^{(1)}\Phi^{(1)}$

not but $\Phi^{(8)}\Phi^{(8)} + \Phi^{(1)}\Phi^{(1)} + \Phi^{(8)}\Phi^{(1)} + \Phi^{(1)}\Phi^{(8)}$

We assume new scalars $\xi^{(\pm)}$

and the effective interaction

$$H_e^{eff} = y_e \bar{e}_L^i (\Phi_d)_i^j (\Phi_d)_j^k (\xi^{(+)} + \xi^{(-)}) e_{Rk} \quad (5.16)$$

Then we obtain

$$H_e^{eff} = \frac{y_e v_d v_\xi}{\Lambda^3} \sum_i \bar{e}_L^i \langle (\Phi_d^{(8+1)})_i^i \rangle^2 e_{Ri} \quad (5.17)$$

so that we can obtain the charged lepton mass formula (1.1).

5.1.6 Neutrino sector

- We assume the effective interaction

$$H^{eff}_{Dirac} = y_\nu \frac{v_u}{\Lambda^2} \bar{\nu}^i_L \langle (\Phi_u)^j_i \rangle \langle \chi_j \rangle (\nu^{(+)}_R + \nu^{(-)}_R)$$

(5.18)

Then we obtain

$$H^{eff}_{Dirac} = y_\nu \frac{v_u v_\chi}{\Lambda^2} (\bar{\nu}_\eta \; \bar{\nu}_\sigma \; \bar{\nu}_\pi)_L \left[\begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ v_\pi \end{pmatrix} \nu^{(-)}_R + \begin{pmatrix} 0 \\ v_\sigma \\ 0 \end{pmatrix} \nu^{(+)}_R \right]$$

(5.19)

$$M_\nu^{(\eta\sigma\pi)} = \frac{1}{M^{(-)}_R} \begin{pmatrix} v_\eta^2 & 0 & v_\pi v_\eta \\ 0 & 0 & 0 \\ v_\pi v_\eta & 0 & v_\pi^2 \end{pmatrix} + \frac{1}{M^{(+)}_R} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(5.20)

- We assume $v_\pi = 0$ in the neutrino sector

$$D_\nu = (1/M_R^{(-)})\mathrm{diag}(v_\eta^2, 0, 0) + (1/M_R^{(+)})\mathrm{diag}(0, v_\sigma^2, 0) \quad (5.21)$$

$$M_\nu = U_{TB} M_\nu^{(\eta\sigma\pi)} U_{TB}^T = U_{TB} D_\nu U_{TB}^T \quad (5.22)$$

We obtain

$$U_\nu = U_{TB} \quad (5.23)$$

$$m_{\nu 1} = k v_\eta^2, \quad m_{\nu 2} = k v_\sigma^2, \quad m_{\nu 3} = 0 \quad (5.24)$$

Note that the model gives an inverse mass hierarchy:

The predicted effective electron neutrino mass

$$\langle m_{\nu_e} \rangle = \left| \sum_i U_{ei}^2 m_{\nu i} \right| = \left| \tfrac{2}{3} m_1 + \tfrac{1}{3} m_2 \right| \quad (5.25)$$

$$= m_2 \simeq \sqrt{\Delta m_{atm}^2} = 0.052^{+0.003}_{-0.004} \ \mathrm{eV}$$

will be possible to detect in the neutrinoless double beta decay in the near future.

5.2 My recent work with Haba

How to get the bilear mass form

N.Haba and YK, hep-ph/1708.3913

(1) Yukawa 相互作用

$$W_Y = Y_{ij}(L_j H_d E_i) \qquad (5.26)$$

の存在を認める．すなわち，はじめから対称性は破れている

(2) Y は対称性の破れのパラメターであり，

$W_\Phi(\Phi)$ にも **tadpole**項を通して，普遍的に登場する

$$W_\Phi = \lambda[\Phi^{(8)}\Phi^{(8)}\Phi^{(8)}] + m[\Phi\Phi] - \mu^2[Y\Phi]$$

(5.27)

$$[\Phi^{(8)}\Phi^{(8)}\Phi^{(8)}] = [\Phi\Phi\Phi] - [\Phi]\left([\Phi\Phi] - \frac{2}{9}[\Phi]^2\right) \tag{5.28}$$

であることに注意すれば,

$$\frac{\partial W}{\partial \Phi} = 3\lambda\Phi\Phi - \mu^2 Y + 2(m - \lambda[\Phi])\Phi - \lambda\left([\Phi\Phi] - \frac{2}{3}[\Phi]^2\right)1 \tag{5.29}$$

を得る. ここで特別解

$$Y = \frac{3\lambda}{\mu^2}\langle\Phi\rangle\langle\Phi\rangle \tag{5.30}$$

を選ぶ. このとき

$$f_1(\Phi)\Phi + f_0(\Phi)1 = 0 \tag{5.31}$$

In order to get the non-zero and non-degenerate eigenvalues of $\langle \Phi \rangle$, we must take f_1=0 and f_0=0. The condition f_0=0 just means the VEV relation (5.9):

$$f_0 = -\lambda \left[\mathrm{Tr}(\Phi\Phi) - \frac{2}{3}(\mathrm{Tr}\Phi)^2 \right] = 0 \tag{5.32}$$

5.3 考え方の違い

The both models in Secs.5.1 and 5.2 are based on very similar idea, but they are crucially different from each other on some points:

Model	Sec.5.1: Koide	Sec.5.2: Haba-Koide
Purpose	To get the VEV relation	To get the bilinear form
Yukawa c.c.	y: flavor-indepnd.	Y_{ji}: flavor-dependent
Yukawa int.	$y\bar{\ell}_{Li}\left(\frac{\Phi}{M}\right)^2_{ij} H_d e_{Rj}$	$Y_{ij}(LH_dE)_{ji}$
	Higher dimensional	Normal dimension
Symmetry	U(3) invariant	badly broken by Y
Cubic term in W	$\mathrm{Tr}(\Phi\Phi\Phi) \Rightarrow \mathrm{Tr}(\Phi)\left[\mathrm{Tr}(\Phi\Phi) - \frac{2}{9}(\mathrm{Tr}\Phi)^2\right]$	$\mathrm{Tr}[\Phi^{(8)}\Phi^{(8)}\Phi^{(8)}] = \mathrm{Tr}[\Phi\Phi\Phi] - \mathrm{Tr}[\Phi]\left(\mathrm{Tr}[\Phi\Phi] - \frac{2}{9}(\mathrm{Tr}[\Phi])^2\right)$
	because of the Z_2	only phenomenological

モデルはまだ未完です！　ぜひご協力を！

1982 : Start of the problem:

Proposal of the mass formula of the charged leptons

1990: Prototype of the scalar potential model

Understanding from the VEV relation

1992: Observation of the new tau mass which was

in excellent agreement with the prediction in 1982

2006: Scalar potential model with harmless V_{SB} based on S_3

2007: Superpotential model based on U(3) flavor

Time seems to shed on this problem

little by little

Thank you