

## II. 「クォーク」とは？

### ——素粒子（ハドロン）の複合粒子模型——

既にIで見てきたように、ハドロンと呼ばれる素粒子には、あまりに多くの仲間が存在し、かつ規則的な相互関係が見られる。これらの粒子は、もはやとうてい「素」粒子とは考えられない。現在では、これらハドロンは、更により基本的な、「クォーク」と呼ばれる3種の粒子から構成された複合粒子である、と考えられる。この章では、その「クォーク模型」について詳しく学ぶ。関連して、2.3にクォーク模型成立までの歴史を解説し、また、2.4には、素粒子模型の議論で良く用いられる数学テクニック「群論」についての簡単な紹介を試みる。

### 2.1 クォーク・エース模型

1964年、カリフォルニア工科大学のゲルマン (Gell-Mann)<sup>1)</sup>、およびそれと独立に、欧州原子核研究所 (CERN) のツヴァイク (Zweig)<sup>2)</sup> は、荷電  $Q$  (陽子の荷電を  $+1$  として) として  $+\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$  を持つ3種の基本粒子の存在を仮定し、ハドロンはこの3種の組み合わせで作られる複合粒子である、とするモデルを提唱した。ゲルマンはこの基本粒子のことを「クォーク (quarks)<sup>1)</sup>」と呼び、ツヴァイクはこれを「エース (aces)」と呼んだ。(従って、正しくは、このモデルのことを「クォーク・エース模型」と呼ぶべきだが、今日では「クォーク」の名称の方が一般化しているので、以下「クォーク・エース模型」を簡単に「クォーク模型」と略して使うこととする。)

#### 2.1.1 クォーク (quark)

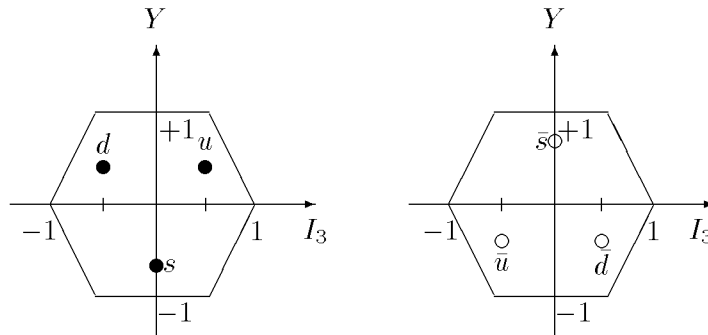
クォークは、スピン  $J = \frac{1}{2}$  のフェルミ粒子と考える。3種のクォーク  $q$  (それぞれ  $u, d, s$  と名付ける<sup>2)</sup>) の持つ量子数を表 2.1 に示す。また、これを  $(I_3, Y)$  座標上に図示すれば、図 2.1 のようになる。

<sup>1)</sup> 「クォーク」の名前の由来は、ジェームス・ジョイス (James Joyce) の小説「フィネガン徹夜祭 (Finnegans Wake)」<sup>3)</sup> に出てくる怪鳥の鳴き声 (その鳥は3回鳴いたとか) から来ていると言う。日本語の詳しい解説・紹介は、文献4)を見よ。

<sup>2)</sup> 各クォークの名前  $u, d, s$  は、それぞれ “up”, “down”, “strange” から来ている。

**表 2.1** 各クォークの持つ量子数. これらの反粒子  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$  は, 各々, 粒子  $u, d, s$  の持つ  $I_3, Y, Q$  と逆符号の量子数を持つ.

クォーク名	$I$	$I_3$	$Y$	$Q$
$u$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$d$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$s$	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$



**図 2.1** クォーク  $u, d, s$  および反クォーク  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$  の量子数

### 2.1.2 ( $q\bar{q}$ ) および ( $qqq$ ) として作られるハドロン

複合粒子についての力学的考察から, 一般にボース粒子 (bosons) ( $J = 0, 1, 2, \dots$  を持つ) であるメソン (mesons) は, 偶数個のクォークから構成されるべきであり, また, フェルミ粒子 (fermions) ( $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$  を持つ) であるバリオン (baryons) は, 奇数個のクォークから構成されるべきである.

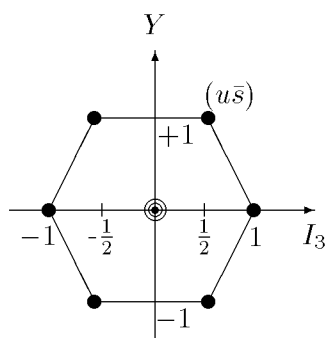
具体的には, ゲルマンとツヴァイクは, 次のように考えた.

$$\begin{aligned}
 (\text{メソン}) &= (\text{クォーク } q) + (\text{反クォーク } \bar{q}), \\
 (\text{バリオン}) &= (\text{クォーク } q) + (\text{クォーク } q) + (\text{クォーク } q),
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

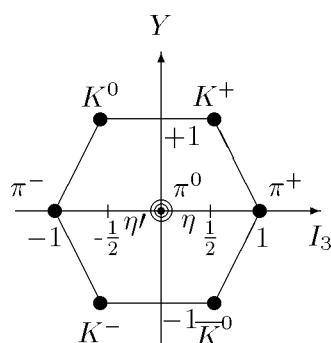
#### [補足] 複合粒子のスピン

複合粒子の全角運動量  $J$  は, 各構成子のスピンと対称運動の角運動量 (軌道角運動量) との和で与えられる. スピン  $\frac{1}{2}$  を持った粒子と反粒子の系は, 相対角運動量ゼロのときは,  $J^P = 0^-$  と  $J^P = 1^-$  の複合粒子状態を作る. また, 粒子・粒子・粒子の3体系は, 相対角運動量ゼロのときは,  $J^P = \frac{1}{2}^+$  と  $J^P = \frac{3}{2}^+$  の状態を作り出す. (証明略) 相対角運動量の大きさ  $L$  は, 整数値  $L = 0, 1, 2, \dots$  をとるので, 2粒子系では全角運動量  $J$  の値は, 必ず  $J = 0, 1, 2, \dots$  のボース粒子状態となり, また, 3粒子系では,  $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$  のフェルミ粒子状態となる.

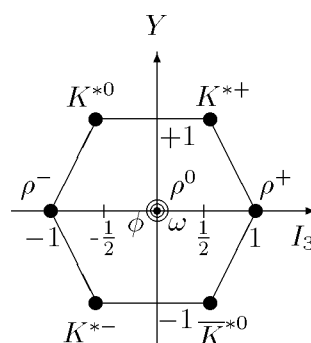
**[問 2-1]** メソンを  $(q\bar{q})$  , バリオン  $(qqq)$  と考えるときの  $(q$  は,  $u, d$  または  $s$  を表す), 可能な  $(q\bar{q})$  および  $(qqq)$  の組み合わせを,  $(I_3, Y)$  座標上に書き込み (図 2.2 および図 2.3), すでに [問 1-1] で図示した  $J^P = 0^-$  メソン,  $J^P = 1^-$  メソン,  $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオン,  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンの  $(I_3, Y)$  座標上に配列図と比較して見よう.



(a)  $(q\bar{q})$  の配列図



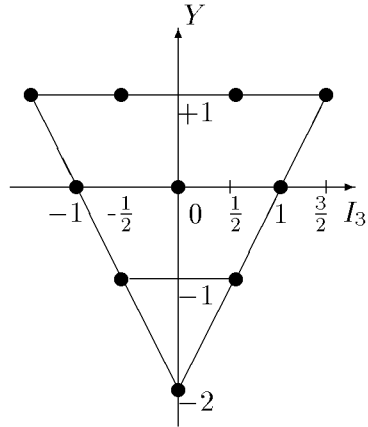
(b)  $J^P = 0^-$  メソン



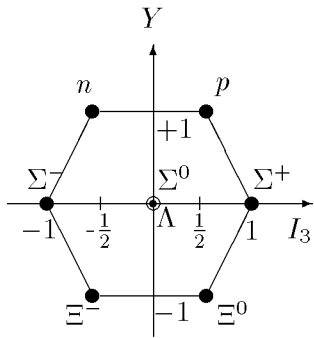
(c)  $J^P = 1^-$  メソン

**図 2.2**  $(q\bar{q})$  の組合せと  $J^P = 0^-, 1^-$  メソン

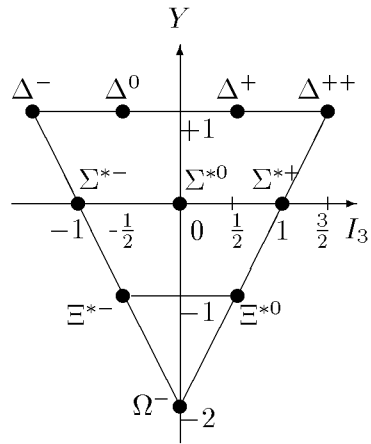
(ヒント) 例えば,  $(u\bar{s})$  は, 表 2.1 により,  $u$  が  $(I_3, Y) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ,  $\bar{s}$  が  $(I_3, Y) = (0, \frac{2}{3})$  であるから  $(I_3, Y)$  の値は, 合計して  $I_3 = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$ ,  $Y = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$  より,  $(I_3, Y) = (\frac{1}{2}, 1)$  であることがわかる. (従って,  $(u\bar{s})$  は,  $K^+$  メソンや  $K^{*+}$  メソンに対応する.) その他の組み合わせも, 同様にして得られる.



(a)  $(qqq)$  の重数列図



(b)  $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオン



(c)  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオン

図 2.3  $(qqq)$  の組合せと  $J^P = \frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$  バリオン

**[補足]  $(I_3, Y) = (0, 0)$  のハドロンについて**

メソン ( $q\bar{q}$ ) では,  $(I_3, Y)$  座標原点  $(0, 0)$  に来る組み合わせは,  $(u\bar{u}), (d\bar{d}), (s\bar{s})$  と, 3つある.  $u$  と  $d$  とを1つの仲間 ( $I = \frac{1}{2}$ ) と見なす荷電スピン (isospin) の扱いでは,  $(q\bar{q})$  (但し,  $q = u$  と  $d$  のみ) で作られる  $I = 1$  の3つの荷電状態は,

$$I = \begin{cases} I_3 = +1 & : (u\bar{d}), \\ I_3 = 0 & : \frac{1}{\sqrt{2}} [(u\bar{u}) - (d\bar{d})], \\ I_3 = -1 & : (d\bar{u}), \end{cases} \quad (2.2)$$

である. (説明略.  $SU(2)$  群の理論に基づく. 一般の  $SU(n)$  群の取扱いについては, 2.4 で解説する.) (2.2) 式の3つの状態は,  $J^P = 0^-$  メソンでは  $\pi^+, \pi^0, \pi^-$  に, また,  $J^P = 1^-$  メソンでは  $\rho^+, \rho^0, \rho^-$ , に各々対応する.

$I_3 = Y = 0$  の3つの状態の中で, 1つは (2.2) 式の中の  $I = 1, I_3 = 0$  状態であり, 残る2つの状態

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d})], \quad (2.3)$$

$$(s\bar{s}) \quad (2.4)$$

が  $I = 0, I_3 = 0$  状態である. 1.5 でちょっと触れた  $SU(3)$  群理論に従えば, 残る2つの状態とは, (2.3), (2.4) の状態ではなく, これの混合状態

$$\frac{1}{\sqrt{6}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d}) - 2(s\bar{s})], \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d}) + (s\bar{s})], \quad (2.6)$$

が, それぞれ  $SU(3)$  群の「8重項 (octet)」と「1重項 (singlet)」に属する状態となる. 実際,  $J^P = 0^-$  メソンは, 8重項の仲間であるエーターメソン  $\eta$  は (2.5) のクォーク成分を持ち, また, 1重項であうエータープライムメソン  $\eta'$  は, (2.6) のクォーク成分を持つと考えられている. 即ち,

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{\sqrt{6}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d}) - 2(s\bar{s})], \\ \eta' &= \frac{1}{\sqrt{3}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d}) + (s\bar{s})], \end{aligned} \quad (2.7)$$

しかし,  $J^P = 1^-$  メソンでは,  $(q\bar{q})$  状態の8重項と1重項の分離が完全ではなく, (2.5) と (2.6) の混合状態である (2.3), (2.4) が, むしろ現実の粒子状態になっていると考える. (そう考えた方が, 次節 2.2 で述べるように, 質量関係がうまく説明できる.) 即ち,

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d})], \\ \phi &= (s\bar{s}), \end{aligned} \quad (2.8)$$

と考える.

バリオン ( $qqq$ ) では, 原点  $(I_3, Y) = (0, 0)$  に来る組み合わせは,  $(uds)$  1つのようにみえるが, 実は, これも群論的記述に従えば,  $(dsu), (sud), \dots$  などと, 文字の順序が区別されて,

$J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンの 8 重項の仲間として,

$$\begin{aligned} I = 1: \quad \Sigma^0 &= \frac{1}{2} [(ds - sd)u - (su - us)d] , \\ I = 0: \quad \Lambda &= \frac{1}{2\sqrt{3}} [(ds - sd)u + (su - us)d - 2(ud - du)s] , \end{aligned} \quad (2.9)$$

の 2 状態が  $(I_3, Y) = (0, 0)$  に来る. また,  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンの 10 重項 (decuplet) の仲間は,

$$I = 1: \Sigma^{*0} = \frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du)s + (ds + sd)u + (su + us)d] . \quad (2.10)$$

の 1 状態のみが,  $(I_3, Y) = (0, 0)$  に来る. (10 重項には,  $I = 0, Y = 0$  状態は含まれない. 2.4 [問 2-4] を見よ. )

## 2.2 クォーク模型によるハドロンの性質の理解

図 2.2 および図 2.3 を見ながら, 各ハドロンの性質を, その構成粒子クォーク  $u, d, s$  の含まれかたから, 理解してみよう.

### 2.2.1 質量 (masses)

表 2.2  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンおよび  $J^P = 1^-$  メソンの質量関係

スピン $J$	クォーク成分	質量	質量差	
パリティ $P$	粒子名	( $q = u, d$ )	(MeV)	
$J^P = \frac{3}{2}^+$	$\Delta$	$(qqq)$	1232	153
	$\Sigma^*$	$(qqs)$	1385	148
	$\Xi$	$(qss)$	1533	139
	$\Omega$	$(sss)$	1672	
$J^P = 1^-$	$\rho$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	769	} 平均 776
	$\omega$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$	783	
	$K^*$	$(q\bar{s})$	892	116
	$\phi$	$(s\bar{s})$	1020	128

まず, 表 2.2 の  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンの質量を見てみよう.  $s$  クォークの数が増えるにつれて, ほぼ一定質量 140 ~ 150 MeV ずつの増加となっている. このことは,  $u$  クォーク,  $d$  クォークはほぼ同質量で,  $s$  クォークはこれより 140  $\simeq$  150 MeV だけ重いであろうということを, 暗示する.

同じことが、 $J = 1^-$  メソンでも見られる。  $u$  と  $d$  のみから作られる  $\rho$  や  $\omega$  では、 $m_\rho \simeq m_\omega$  が成立しているのに対し、  $s$  が 1 個含まれる  $K^*$ ,  $s$  が 2 個となる  $\phi$  では (粒子と反粒子では、量子数は逆符号関係にあるが、質量は同じ)、 ほぼ  $s$  1 個の増加に対し、 約 120 MeV づつ重くなっている。 (この 120 MeV という値は、  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンのときの約 150 MeV と比べてやや軽いが、これは複合粒子内部の複雑な力学構造の違いによると考えてよい。)

$J^P = 0^-$  メソンと  $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンでは、質量関係はもう少し複雑になる。 $J^P = 0^-$  メソンを例により説明しよう。

$J^P = 0^-$  メソンの質量は、その構成するクォークの質量と、2乗の関係で結ばれているものと仮定しよう。即ち、

$$\begin{aligned}
\pi^+ &= (u\bar{d}) & m_{\pi^+}^2 &= m_u^2 + m_d^2, \\
\pi^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(u\bar{u}) - (d\bar{d})] & m_{\pi^0}^2 &= \frac{1}{2} (2m_u^2 + 2m_d^2), \\
\pi^- &= (d\bar{u}) & m_{\pi^-}^2 &= m_d^2 + m_u^2, \\
K^+ &= (u\bar{s}) & m_{K^+}^2 &= m_u^2 + m_s^2, \\
K^0 &= (d\bar{s}) & m_{K^0}^2 &= m_d^2 + m_s^2, \\
\eta &= \frac{1}{\sqrt{6}} [(u\bar{u}) + (d\bar{d}) - 2(s\bar{s})] & m_\eta^2 &= \frac{1}{6} (2m_u^2 + 2m_d^2 + 8m_s^2),
\end{aligned} \tag{2.11}$$

で与えられるとする。ここで、例えば、 $\eta$  メソンの質量は、 $\eta$  メソンは  $(u\bar{u})$ ,  $(d\bar{d})$ ,  $(s\bar{s})$  の状態が  $(\frac{1}{\sqrt{6}})^2 : (\frac{1}{\sqrt{6}})^2 : (-\frac{2}{\sqrt{6}})^2$  の確率で含まれた状態と考え、各状態の質量  $2m_u^2$ ,  $2m_d^2$ ,  $2m_s^2$  を各々  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{4}{6}$ , 倍して加えることによって、得られた。

(2.11) 式より、 $m_u = m_d$  とすれば、

$$m_\eta^2 = \frac{1}{3} (4m_K^2 - m_\pi^2), \tag{2.12}$$

なる関係式が得られる。実験値を代入すれば、左辺は  $(0.5488 \text{ GeV})^2 = 0.3012 \text{ GeV}^2$  であり、右辺は  $\frac{1}{3} [(4 \times 10.4957 \text{ GeV})^2 - (0.1372 \text{ GeV})^2] = 0.3213 \text{ GeV}^2$  を示す。よって、(2.12) 式は、非常によい成立を示す。

$J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンでも、同様な関係式 (但し、今度は、2乗公式ではなく1乗公式として、また、 $(K^+, K^0)$  に対応して、 $(p, n)$  が、 $(\bar{K}^0, K^-)$  に対応して、 $(\Xi^0, \Xi^-)$  が登場することに注意すれば)

$$m_\Lambda = \frac{1}{3} [2(m_N + m_\Xi) - m_\Sigma], \tag{2.13}$$

が導かれる。(証明略)

これら (2.12), (2.13) の質量関係は, 実は, バリオンやメソンが  $SU(3)$  群の 8 重項 ( $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンでは 10 重項) で与えられるという知識のみから, 群論のテクニックを用いて導くことができる<sup>5,6)</sup>. このことは, クォーク模型の提唱 (1964) より 2 年前の, 1962 年に, すでに大久保<sup>6)</sup> によってなされ,

$$M = a + bY + c \left[ \frac{1}{4}Y^2 - I(I+1) \right], \quad (2.14)$$

なる一般公式が得られていた. ( $a, b, c$  は, 各  $J^P$  のグループごとに定められる定数. メソンに対しては,  $M$  を  $M^2$  と読み換え, かつ  $a = 0$  と置くものとする.) この質量公式は, ゲルマン・大久保の質量公式<sup>5,6)</sup> と呼ばれ, 当時続々と発見されつつあったハドロンの分類に際し, 質量の点から, 大いに役立った.(歴史的経緯については, 2.3 で紹介する.)

このように, 異なる  $I, Y$  を持つ粒子については,  $s$  クォークの含まれかたの違いによって説明がつく. 同様に, 今度は, 同じ  $I, Y$  を持つ仲間どうしの質量差 ( $I_3$  の違いによる質量差 — 「電磁質量 (electromagnetic mass differences)」) は,  $d$  クォークの方が  $u$  クォークよりごくわずか重いとして, やはり, 統一的に説明することができる. しかし, 詳しい取扱については, 群論に基づく考察が必要となるので, ここでは省略する.

### 2.2.2 強い相互作用 (strong interaction)

強い相互作用によるハドロンの生成反応および共鳴状態の崩壊反応は, ハドロンを構成するクォークどうしの組み換え反応として, 説明することができる.

例えば,  $\phi$  メソンは,  $K + \bar{K}$  には壊れるが,  $\pi + \bar{\pi}$  にはほとんど壊れないことが, 知られている (崩壊比は,  $K^+K^-$  が 49.3%,  $K_L K_S$  が 34.7%, しかるに,  $\pi^+\pi^-$  が 0.02%). このことを, クォーク模型で考えてみよう.

量子数から見れば

	$\phi \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\phi \rightarrow K^+K^-$
$I_3$ :	0      +1 + (-1)	0 $\frac{1}{2} + (-\frac{1}{2})$
$Y$ :	0      0 + 0	0      1 + (-1)

であり, どちらも終状態は  $(I, Y) = (0, 0)$  であり, どちらの反応が起こってもよさそうに見える. しかも, 終状態の質量は,  $K + \bar{K}$  に比べて,  $\pi + \bar{\pi}$  の方がはるかに軽い

ので、 $\phi \rightarrow \pi\pi$ の方がより起こりやすい反応であってしかるべきである。

しかし、 $\phi$ が( $s\bar{s}$ から成る粒子であるということ)を考慮して、クォークの組み換えの様子を図示すれば、図2.4のようになって、両者の反応に明確な違いのあることがわかる。 $\phi \rightarrow K\bar{K}$ は、 $\phi$ を作るクォーク $s$ と $\bar{s}$ とが離れて、その各々に、真空から対発生で生まれた $u$ と $\bar{u}$ とがくっついて行く反応であるが、一方、 $\phi \rightarrow \pi\pi$ の方は、このようなつながったクォーク図では、表わせない。従って、「親粒子のクォーク・反クォークが、2つに分かれることなく、1つのハドロンにそのまま含まれるような反応は、起こりにくい」と考えることによって、なぜ $\phi$ は $\pi\pi$ に壊れずに $K\bar{K}$ に壊れるのかを説明することができる。この経験法則(規則)は、大久保、ツヴァイク、飯塚達によって見出され、大久保・ツヴァイク・飯塚規則(OZI rule)<sup>7)</sup>と呼ばれている。(「ヘアピン規則」とも呼ばれる。)

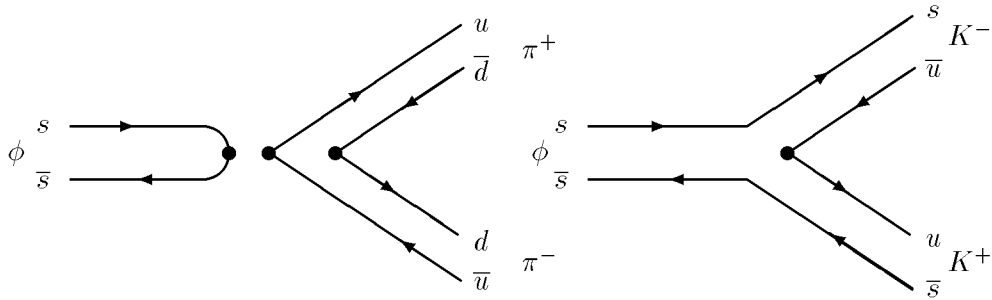


図 2.4,  $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\phi \rightarrow K^+K^-$  を説明するクォーク組み換え図. 反応図(ファイマン図 Feynman graph)のルールとして、 $\rightarrow$  は粒子を、逆向きの  $\leftarrow$  は反粒子を、表わすものと約束されている。従って、図(a)での  $\cap$  は、 $s$ クォークのUターン走行を示すのではなく、 $s$ クォークとその反粒子 $\bar{s}$ とが真空へと対消滅(pair annihilation)したことを示し、また、図(a), (b)での  $\cup$  は、その逆に真空から、粒子・反粒子が対発生(pair creation)したことを示す。

実際、ツヴァイクが、エース模型を考えるに至った主要な動機は、この図2.4にあった。2.3で紹介するように、1960年前半に流行した群論による議論だけからは、この $\phi$ の崩壊問題についての説明ができず、複合粒子の描像を導入して初めて、図2.4のような違いとしてそれを理解することができる。彼は、このことから、3個の基本構成員

は、単なる便宜上導入された、数学上の「仮想物」ではなく、実際に依存する「粒子」として考えるべきとの考えに至った。(ツヴァイクの回顧講演録<sup>8)</sup>による。)

### 2.2.3 弱い相互作用 (weak interactions)

弱い相互作用による崩壊は、表 2.3 のようなタイプに区別できる。

表 2.3 弱い相互作用による崩壊のタイプ

	タイプ	例	反応の強さの相対比
純レプトニック崩壊 (pure leptonic decay)	レプトン $\rightarrow$ レプトン	$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$	1
レプトニック崩壊 (leptonic decays)	ハドロン $\rightarrow$ レプトン	$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ $e^- \bar{\nu}_e$	0.97
		$K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ $e^- \bar{\nu}_e$	0.23
セミレプトニック崩壊 (semi-leptonic decays)	ハドロン $\rightarrow$ ハドロン + レプトン	$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	0.97
		$\Lambda \rightarrow p\mu^- \bar{\nu}_\mu$	0.23
ノンレプトニック崩壊 (nonleptonic decays)	ハドロン $\rightarrow$ ハドロン	$K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\sim 1$
		$\Lambda \rightarrow p\pi^-$	$\sim 1$

弱い相互作用による反応は、強い相互作用と異なって、クォークの粒子名を変える反応として、理解することができる。純レプトニック崩壊を、第 2.5 図のように、 $\mu^- \rightarrow \nu_\mu$  への粒子名の変化 (遷移 (transition)) の際に、荷電  $-1$  の粒子 (後に、 $W^-$  ボゾンと呼ぶ。) が放出され、これによって真空から  $e^-$  と  $\bar{\nu}_e$  の対発生が起こったと考える。 $\mu^- \leftrightarrow \nu_\mu$  および  $e^- \leftrightarrow \nu_e$  は、 $1:1$  の強さで起こるものとする。これに対し、図 2.6 のように、クォークでは、 $d \leftrightarrow u$  および  $s \leftrightarrow u$  が、 $0.97$  および  $0.23$  の相対的強さで  $W^\pm$  のやりとりお行うものと仮定する。このとき、表 2.3 に示した崩壊の相対的強さ (正確に言うと、崩壊振幅の相対的大きさ) は、図 2.7 や図 2.8 のようにして、説明がつく。

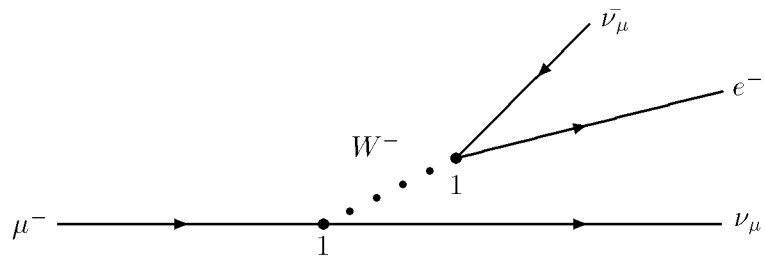


図 2.5  $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$  崩壊図

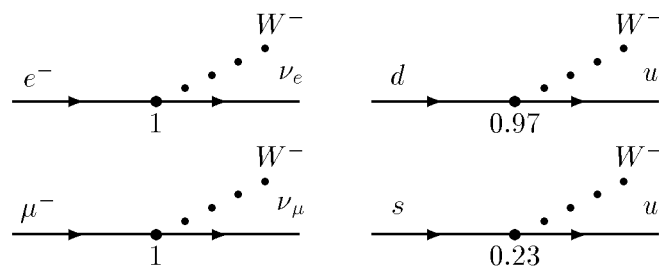


図 2.6 弱い相互作用 ( $W^\pm$  の放出・吸収) による粒子名の変化とその反応の強さの相対比

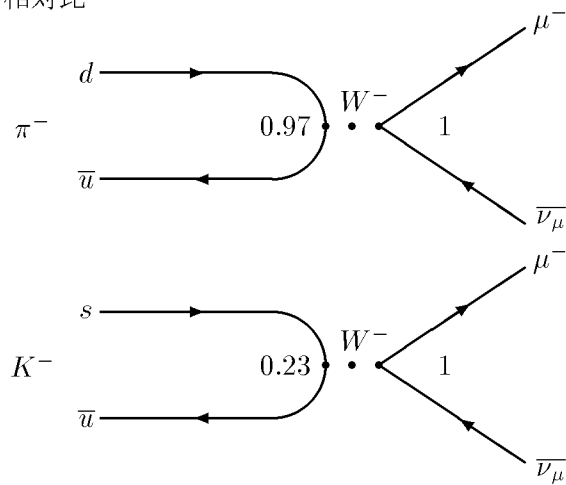


図 2.7 レプトニック崩壊とクォーク図

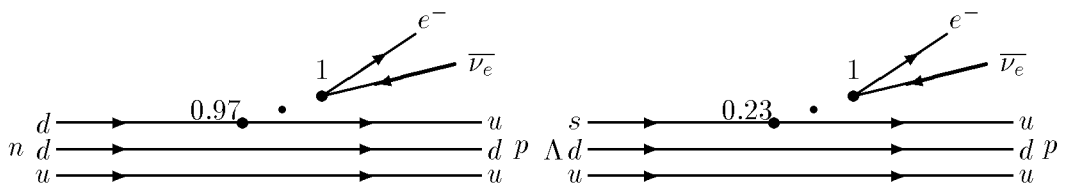


図 2.8 セミレプトニック崩壊クォーク図

ところで, 図 2.6 に示した

$$\begin{aligned}
 (e^- \leftrightarrow \nu_e) &: (\mu^- \leftrightarrow \nu_\mu) : (d \leftrightarrow u) : (s \leftrightarrow u) \\
 = & 1 : 1 : 0.97 : 0.23
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

は,  $u$  とコンピを組む粒子状態を,  $d$  と  $s$  とが

$$d' = d \cos \theta + s \sin \theta \tag{2.16}$$

のように混合した状態  $d'$  であると考えることによって,

$$(e^- \leftrightarrow \nu_e) : (\mu^- \leftrightarrow \nu_\mu) : (d' \leftrightarrow u) = 1 : 1 : 1 \tag{2.17}$$

として, 統一的説明ができる. 即ち

$$(d' \leftrightarrow u) = (d \leftrightarrow u) \cos \theta + (s \leftrightarrow u) \sin \theta \tag{2.18}$$

であるから,  $(d \leftrightarrow u)$ ,  $(s \leftrightarrow u)$  の反応は, それぞれ  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  がかかることになり,  $\theta \simeq 13^\circ$  と選べば,

$$\cos \theta \simeq 0.97, \quad \sin \theta \simeq 0.23 \tag{2.19}$$

として, 1つのパラメター  $\theta$  の値を決めるだけで, 他のすべての弱い相互作用の相対比を説明することができる. このような, 弱い相互作用理論への角度  $\theta$  の導入は, 1963年, イタリアのカビボ (Cabibbo)<sup>9)</sup> によってなされた. この角度  $\theta$  は, 今日, カビボ

角 (Cabibbo angle) と呼ばれる. なお, このカビボ理論に従えば, ノンレプトニック崩壊については, 図 2.9 のようなクォーク図となり, この反応の  $\mu \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\mu$  に対する相対比は,  $\cos \theta \sin \theta \simeq 0.22$  となることが予想される. しかし実験的には, この反応の強さは約 1 の強さであることが知られている. この理由について, いろいろの説が提案されているが, 現在でも, 十分納得の行く解決はなされていない.

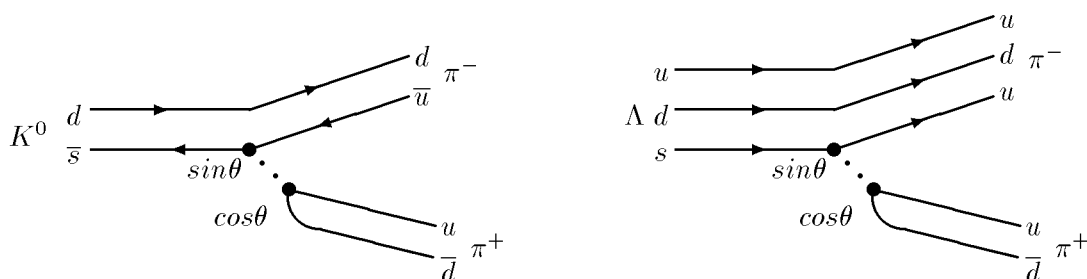


図 2.9 ノンレプトニック崩壊とクォーク図

## 2.3 坂田模型からクォーク模型へ

ゲルマンおよびツヴォイクのクォーク・エース模型の提案 (1964 年) に先立つことはるか 8 年前, 1956 年に, 日本ではすでに名古屋大学の坂田昌一<sup>10)</sup> によって, ハドロンは 3 種の基粒子  $p, n, \Lambda$  を構成要素とする複数粒子であるという考え (いわゆる「坂田模型」) が, 提唱されていた.

1956 年の坂田模型から, 1964 年のクォーク・エース模型までの歴史を, ざっと振り返ってみることとする.

### 2.3.1 坂田模型

1956 年, 坂田<sup>10)</sup> は, 3 個のバリオン  $p, n, \Lambda$  を基本粒子として, 他のバドロンはすべてこの 3 種の基粒子 (後の人々は, これをサカトン (Sakatons)  $S$  と呼ぶ) の組合せで作られる複合粒子であるというモデルを提唱した.

坂田モデルでは, メソンおよびバリオンは,

$$\begin{aligned} (\text{メソン}) &= (\text{サカトン } S) + (\text{反サカトン } \bar{S}), \\ (\text{バリオン}) &= (\text{サカトン } S) + (\text{サカトン } S) + (\text{反サカトン } \bar{S}), \end{aligned} \tag{2.20}$$

として作られると考える.

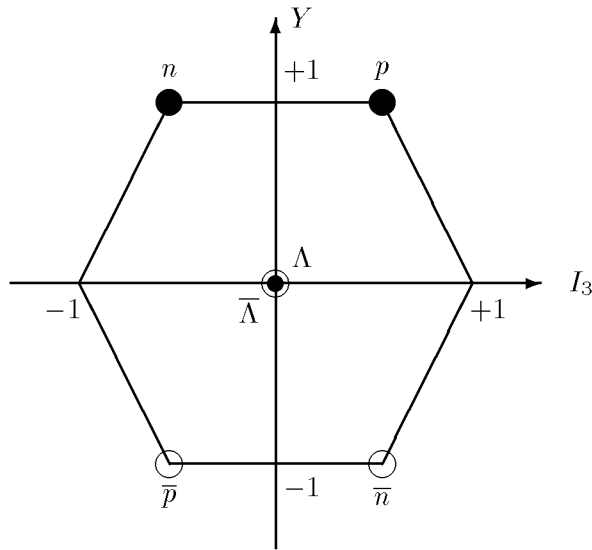


図 2.10 サカトン  $S$  と反サカトン  $\bar{S}$  の量子数

坂田模型から予言されるメソン ( $S\bar{S}$ ) とバリオン ( $SS\bar{S}$ ) の  $(I_3, Y)$  を図示すれば、各々図 2.11 および図 2.12 のようになる。クォーク模型の図 2.2 および図 2.3 と比較してわかるごとく、メソンに対する説明では両者は

$$(p, n, \lambda) \leftrightarrow (u, d, s) \quad (2.21)$$

の置き換えで、同等となる。しかるに、バリオンに対する説明では、この両者は、明らかな違いがある。例えば、クォーク模型は、 $(SSS)$  で作られる  $I = 0, Y = -2$  を持つバリオンの存在を予言するが、坂田模型ではそのような量子数を持つバリオンを予言しない。代わりに、 $Y = +2$  を持ったバリオンの存在を予言する。

坂田モデルの提唱された 1956 年当時では、坂田模型でのバリオンのモデル図 2.12 が正しいかどうか判断を下せるほどには、バリオン状態の実験的発見はなされていなく、なんら坂田模型と実験との矛盾はなかった。(1957 年当時の素粒子表については、表 1.3 (p.8) を見よ。)

### 2.3.2 池田・小川・大貫理論

1959 年、池田・小川・大貫<sup>11)</sup> は、坂田模型のアイデアを、数学的に 3 次のユニタリー群  $U(3)$  の理論で、発展的に議論した。3 個バリオン  $p, n, \lambda$  は、他のすべてのハドロンの基本構成要素となる粒子であるので、 $U(3)$  群の 3 重項 (triplet) ( $\mathbf{3}$  と書



合粒子と見なす坂田モデルに出発の動機を置くこの仕事は、坂田モデル嫌いの人々に抵抗があったことは当然として、また、肝心の名古屋学派の人々からも、まだ  $U(3)$  群という数学がなじみが薄かったので (素粒子理論に群論を利用する試みは、日本はもとより世界的に見ても、全くの先駆的工作であった)、あまり重要視されることはなかった。素朴な物理的イメージを大切にする小川 (広島大理) と、数学的手法にも強い大貫 (名古屋大理) と、それに数学者である池田 (広島大理理論研) との組合せがあったからこそ、達成できた成果と言えよう。IOO 理論誕生のいきさつおよび関連の歴史については、大貫による「対称性理論事始」<sup>13)</sup> に詳しい。

### 2.3.3 ゲルマンの「8重法」理論

坂田学派がハドロンは基本粒子  $p, n, \Lambda$  から作られる複合粒子であるという立場から、理論的分析を進めているころ、アメリカでは、ゲルマンが、複合粒子模型にはこだわらず、単に群論のみを武器として、素粒子の分類を進めていた。

1961年、ゲルマンは、有名な「8重法」理論 (あるいは「8道説」とも訳す。“eightfold way”)<sup>14)</sup> を発表する。(彼が1969年度のノーベル物理学賞を受賞した主たる理由は、この理論の提唱にあり、クォーク模型の提唱ではない。)

ここで彼は、群論  $SU(3)$  を使い、 $J^P = 0^-$  メソンも  $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンも、すべて  $SU(3)$  の8重項 (octet) (記号的に **8** と書く) を形成する主張する。そして **8** が、素粒子を分類する最も基本的な単位となるグループであると考える。

$J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンが **8** を形成する根拠として、**8** としたときに成立する質量公式

$$\frac{1}{2}(m_N + m_\Xi) = \frac{1}{4}(3m_\Lambda + m_\Sigma) \quad (2.23)$$

を導く。むろん、実験との一致は非常に良い。(質量公式の更なる一般形は、すでに2.2, (2.14) 式で述べたように、大久保<sup>6)</sup> によってなされる。)

このバリオンの **8** は、群論の計算では、

$$\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} = \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10} \quad (2.24)$$

あるいは (2.22) によって与えられることが知られている。(2.24) 式は、バリオンの **8** は、より基本的な粒子 **3** の **3** 体系として説明できることを、暗示する。しかし、1961年のゲルマンにとっては、**8** が、 $\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}$  の数学から導びき出されることは知っていても、それでもって、この **3** なるより基本的な粒子が存在していて、バリオン **8** はそ

れから作られる複合粒子であるという考えには、まだ達していない。1961年のゲルマンにとって、あくまでバリオン  $\mathbf{8}$  は、それ自身「素」粒子である。

なお、坂田<sup>10)</sup>は、 $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンの内、3個を特別扱いとし、残りのバリオンはこの3個(サカトン)から、 $(SS\bar{S})$ として作られるとしたが、ゲルマンは、8個の  $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンは、8個でそのまま1つの仲間  $\mathbf{8}$  を作るとした。実はこの当時、8個バリオン  $p, n, \Lambda, \Sigma, \Xi$  はすべて発見されていたが、 $\Xi$  のスピン  $J$  がまだ確定的でなく (p.11 表 1.3 を見よ)，坂田グループは、まだ、 $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンは全部で8個存在するという認識を持っていなかった。先に紹介した IOO 理論<sup>11)</sup>では、彼等は、 $\Xi$  を、 $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンではなく、 $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンであるとして分類を行っている。

### 2.3.4 $\Omega^-$ 粒子と $\mathbf{10}$ 重項

この「8重項」思想のもとに、ゲルマンは、1962年、 $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンは、 $SU(3)$  の  $\mathbf{10}$  重項 (decuplet)  $\mathbf{10}$  を形成しているという考えに達する。すでに  $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンとして  $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*$  が実験で知られていたので、群論からの質量公式を用いて、彼は残る  $\mathbf{10}$  の中の未発見粒子  $\Omega^-$  の質量を

$$m_{\Omega} = 1,676 \text{ MeV} \quad (2.25)$$

と予言した<sup>15)</sup>。この  $\Omega^-$  は、後に1964年2月(クォーク模型の提案は1964年1月)に、実験的に確認され<sup>16)</sup>、質量も予言とぴったり一致する。

クォーク模型に基づけば、(2.24)式の計算から、クォークの3体系で  $\mathbf{10}$  を作れるということがすぐにわかる。しかし、1962年段階でも、ゲルマンはまだ複合粒子の考えにたず達しておらず、バリオンの  $\mathbf{10}$  は、素粒子の基本  $\mathbf{8}$  から

$$\mathbf{8} \times \mathbf{8} = \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10} + \mathbf{10}^* + \mathbf{27}, \quad (2.26)$$

として生まれたと考えた。ここで、 $\mathbf{8} \times \mathbf{8}$  は、 $J^P = 0^-$  メソンの  $\mathbf{8}$  と、 $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンの  $\mathbf{8}$  との、掛算と考えてもよい。しかし、だからと言って、彼は、 $J^P = \frac{3}{2}^+$  粒子は、 $J^P = 0^-$  メソンと  $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンから作られる「複合」粒子と必ずしも考えていたわけではない。なお、この  $\Omega^-$  の発見は、坂田模型にとっては、致命的打撃となった。サカトン  $S$  から  $(SS\bar{S})$ として作られる3体系は、

$$\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}^* = \mathbf{3} + \mathbf{3} + \mathbf{6}^* + \mathbf{15}, \quad (2.27)$$

であって、**10** を全く含まない。特に、図 2.12 からわかるごとく、 $I = 0, Y = -2$  を持った粒子  $\Omega^-$  の存在は、全く説明することができない。

### 2.3.5 クォーク・エース模型の登場

このようにして、メソンは、 $\mathbf{8} + \mathbf{1}$ 、バリオンは、 $J^P = \frac{1}{2}^+$  が、 $\mathbf{8}$ 、 $J^P = \frac{3}{2}^+$  が  $\mathbf{10}$  と分類されるということが、はっきりしてくるにつれて、群論的計算

$$\mathbf{3} \times \mathbf{3}^* = \mathbf{1} + \mathbf{8}$$

$$\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} = \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10} \quad (2.28)$$

に登場する  $\mathbf{3}$  を、 $\mathbf{8}$  や  $\mathbf{10}$  を作るより基本的な粒子と考えた方が自然であると思われるようになった。但し、 $\mathbf{3}$  に対応する粒子が本当に実在すると考えると、バリオンでは、3 個集まって整数荷電の粒子を作るわけであるから、各々は、 $\frac{1}{3}$  を単位とする荷電を持つと考えねばならない。このことは、今まで自然界に整数荷電の粒子しか観測されていなかったことを考えると、あまりに考えにくい。しかし、それさえ認めてしまえば、バリオンとメソンは、 $\mathbf{3}$  という粒子の複合系として、完全に統一的説明が可能となる。1964 年、ゲルマン<sup>1)</sup> と ツヴァイク<sup>2)</sup> は、遂に、その考えに踏み切って論文を書いた。「素粒子」は、実は「素」ではなく、複合粒子である。その考えはあまりに突飛すぎるので、世の人々にほとんど受け入れられそうにもなく、その空気を察したゲルマンは、当時最も権威のあったアメリカ物理学会の専門論文誌 Physical Review Letters には投稿せず、当時オランダで誕生したばかりの新しい物理学論文誌 Physics Letters の方に投稿した。事実、ゲルマンの論文はなんとか出版されることに成巧したが、ツヴァイクの論文は、どこからも掲載を認められず、未刊行のまま終ることとなった。そればかりか、ツヴァイクは、物理の世界のある長老から「山師」呼ばわりをされることになり、すべての物理への就職の道を閉ざされて、物理学者への道を断念せざるを得ない状況にすら追い込まれてしまった。<sup>3</sup> むろん、彼は従って現在物理屋ではない。

なお、1964 年の  $\Omega^-$  の発見<sup>16)</sup> は、ゲルマンの 8 重法<sup>14,15)</sup> の考えの正しさを支持するものとして、人々に受け取られたが、しかし、それがクォーク・エース模型の正しさまで支持するものとは、受け取られなかった。

<sup>3</sup>この間の様子は、ツヴァイク自身による回想講演録<sup>8)</sup> に詳しい。彼は、このころのことは思い出すだけでもいやだと述べている。

### 2.3.6 なぜ坂田学派はゲルマンとツヴァイクに先を越されたのか

せっかくクォーク・エース模型の提唱よりも8年も早く、1956年に、坂田は「ハドロンは3種の基本粒子の組み合わせで作られる複合粒子である」という考に達しながら、なぜゲルマンやツヴァイクよりも先に、クォーク・エース模型の提唱ができなかったのであろうか。

ハドロンを「複合粒子」と考える点では、坂田模型はクォーク・エース模型に先んずる仕事であるが、 $\frac{1}{3}$  荷電を持つクォーク (エース) という奇妙な基本粒子の存在の仮説的導入に踏み切ったのは、やはり1964年のゲルマンとツヴァイクが最初である。すでに述べたように、坂田模型とクォーク・エース模型とでは、バリオンの分類が全く異なってくる。(図 2.12 と図 2.3 : (2.27) 式と (2.24) 式) 即ち、 $J^P = \frac{1}{2}^+$  バリオンを8重項と、また、 $J^P = \frac{3}{2}^+$  バリオンを10重項と見るかどうかの違いがある。坂田模型提案の1956年当時は止むを得ないとしても、1960年代に入ってから、どうやらバリオンは**8**と**10**とで分類できそうだとことを示すデータが、続々と増えつつあった。坂田模型では、 $\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}^*$  から**8**や**10**が出せないことは、明らかであった。坂田学派の人々は、物理を進める上での、自然の実体的構造の解明の重要性を強調してきた。素粒子の複雑な、しかし、美しい規則性を持った性質を、より基本的物質の存在様式から理解しようと努めた。もし、バリオンが**8**と**10**であり、メソンは**8+1**なら、群論計算では、(2.8)式のように**8**と**10**とが導びかれることは良く知られていたもので、この**3**を、素粒子(ハドロン)の背後にあるより基本的な「素」粒子と考えて当然よかつたはずである。実際、1963年3月、坂田は広島で行われた「素粒子の模型と構造」研究会で講演し、8つのバリオンを同一階層に属すものと見なし、更にその背後にウル  $p$ , ウル  $\Lambda$  (「ur-」は「原」という意味) を考える方向に進むべきであるとの考えを示す<sup>17)</sup>。

しかし、坂田およびその門下の人々は、この考えを、具体的にこれ以上進めることはできなかつた。最大の障壁は、やはりクォークの「 $\frac{1}{3}$  荷電」にあったようである。坂田学派の人々は、**3**を単なる数学的シンボル(記号)と見ることに満足せず、現実に実在してしかるべき粒子と見ようとしたために、自然界には $\frac{1}{3}$  荷電のような奇妙なものがあるはずがないという考えから、結局、この**3**を基本粒子と見ることには最後まで抵抗感があったようである。坂田門下の牧は、坂田模型の基本粒子が現実の  $p, n, \Lambda$  であったからこそ魅力を感じていたと述懐している<sup>18)</sup>。

これに対して、ゲルマンは、初めは複合模型の意識が全くなく、単に実験データと群論という数学とをかみ合わせることによって、まず、バリオンは **8** と **10** であるという見かたを先に確立してしまった。そしてそれから、「メソンは **8+1**、バリオンは **8,10**」を、いかにシンプルに理解して行ったらよいかという問題に移って行った。もし、ゲルマンが、**3** を最後まで単なる数学的シンボルと見ていたのでは、むしろ今日のクォーク模型に基づくハドロン物理学の隆盛は、有り得なかつたろう。また更に言えば、ゲルマン達は「8個のメソン ( $\pi, K, \eta$ ) は同じ仲間、また、8個のバリオン ( $N, \Lambda, \Sigma, \Xi$ ) は同じ仲間」というグループごとの「同質性」に注目して分析を進めたが、坂田学派の人々は(池田・小川・大貫の仕事<sup>11)</sup>を別とすれば)、 $p, n, \Lambda$  間の「異質性」に注目し、その組み合わせできる複合粒子達の間での性質の違いの分析に重点を置いた。従って、坂田模型によるバリオンのグループ分けで、質量やスピンの観測データとの不自然な食い違いが生じて、それはもともと  $p, n, \Lambda$  という異質なものを組み合わせているのだから当然のことと、それをあまり深刻に受け止めなかつた点にも、原因があるようである<sup>19)</sup>。

## 2.4 SU(n) 群とその表現

すでに我々は、素粒子模型の議論の中で、「群論」の用語および計算テクニックを、なんの説明もなくしばしば使ってきた。実際、素粒子模型の研究において、「群論」の利用は不可欠な重要性を持つ。ここでは、素粒子模型の話に必要な最低限の群論の計算テクニックを、特に「ヤング図」の利用について、解説する。数学的厳密さはもとより、「群とはそもそも何か」という解説ですら、それを放棄する。あくまで「実用本位」に話を進める。

### 2.4.1 特ユニタリー群 ( special unitary group )

(それでも、ある程度、数式が出ないと欲求不満となる人のために、「補足」を書く。この部分は、飛ばし読みしてもかまわない。)

$n$  次元複素空間を考える。その座標  $x_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, n$ ) (複素数) は、 $n$  行  $n$  列の行列  $U_\alpha^\beta$  によって、

$$x' = Ux : \quad x'_\alpha = \sum_{\beta=1}^n U_\alpha^\beta x_\beta \quad (2.29)$$

(行列記号法に慣れている人は左側の表示を、そうでない人は、右側の成分で書いた表

示を見よ) と変換される.  $x_\alpha$  と複素共役な座標,  $x_\alpha^*$  は,

$$x^\dagger = x^\dagger U^\dagger : \quad x'^{* \alpha} = \sum_{\beta=1}^n x^{* \beta} U_\beta^{* \alpha}, \quad (2.30)$$

と変換される. ここで  $U^\dagger$  (「†」はダガー (dagger) と読む) は,  $U$  の転置をとり, かつ複素共役としたものを意味する.

$$U^\dagger \equiv U^{*T} : \quad (U^\dagger)_\alpha^\beta = (U^*)_\beta^\alpha \quad (2.31)$$

空間の距離  $(\sum_\alpha x^{* \alpha} x_\alpha)^{\frac{1}{2}}$  は, 座標変換によっても不変であるから,

$$x'^\dagger x' = x^\dagger U^\dagger U x : \quad \sum_\alpha x'^{* \alpha} x'_\alpha = \sum_\alpha \sum_\beta \sum_\gamma x^{* \beta} U_\beta^{* \alpha} U_\alpha^\gamma x_\gamma \quad (2.32)$$

より,

$$U^\dagger U = 1 : \quad \sum_{\alpha=1}^n U^* \alpha^\beta U_\alpha^\gamma = \delta_\beta^\gamma \quad (2.33)$$

(クロネッカーの  $\delta$  記号 (Kronecker  $\delta$  symbol) は,  $\alpha = \beta$  で  $\delta_\alpha^\beta = 1$ ,  $\alpha \neq \beta$  で  $\delta_\alpha^\beta = 0$  と定義される) なる関係を満たさねばならない. このような  $U$  の性質をユニタリー (unitary) と言ひ, このような  $U$  の全体は「群」を作り, それを,  $n$  次のユニタリー群  $U(n)$  と呼ぶ. 特に行列  $U$  の行列式  $\det U$  の値を 1 に限った場合 (即ち  $\det U = 1$ ), その群は, 特殊ユニタリー群 (special unitary group)  $SU(n)$  と呼ばれる.

#### 2.4.2 $SU(n)$ 群のいくつかの既約表現の例

$n$  次元複素空間のベクトル  $\psi_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, n$ ) を複数個組み合わせて作られる量の, 変換性を見る. 例えば, あるベクトル  $\psi_\alpha$  と, 別のベクトル  $\chi_\alpha$  の複素共役  $\chi^{* \alpha}$  とから,

$$T \equiv \sum_{\alpha=1}^n \psi_\alpha \chi^{* \alpha} \quad (2.34)$$

を作れば, これは, この  $n$  次元複素空間のスカラー量となる. 一般に,  $\psi_\alpha$  と  $\chi^{* \beta}$  の積から作られる量  $\psi_\alpha \chi^{* \beta}$  は,  $n \times n$  個の成分を持つが, その内の 1 つは, (2.34) で与えられるスカラー量であり, 残りの  $(n^2 - 1)$  個は,

$$T_\alpha^\beta \equiv \psi_\alpha \chi^{* \beta} - \frac{1}{n} \delta_\alpha^\beta \sum_{\gamma=1}^n \psi_\gamma \chi^{* \gamma} \quad (2.35)$$

と書ける.  $n^2$  個の  $\psi_\alpha \chi^{* \beta}$  から, 変換性の違いで, 1 成分のみの  $T$  (2.34) と,  $(n^2 - 1)$  個の成分を持つ  $T_\alpha^\beta$  (2.35) とに, 分離したことになる. このような分解を, 可約 (reducible)

な表現 (representation) から既約 (irreducible) な表現への分解 (decomposition) と言う。同じように、2つのベクトル  $\psi_\alpha$  と  $\chi_\beta$  との積  $\psi_\alpha\chi_\beta$  は  $n^2$  個の成分を持つが、これを2つの既約な状態

$$T_{\{\alpha\beta\}} \equiv \frac{1}{2}(\psi_\alpha\chi_\beta + \psi_\beta\chi_\alpha) \quad (2.36)$$

および

$$T_{[\alpha\beta]} \equiv \frac{1}{2}(\psi_\alpha\chi_\beta - \psi_\beta\chi_\alpha) \quad (2.37)$$

に分離することができる。前者を、対称テンソル (symmetric tensor) と呼び、後者を反称テンソル (antisymmetric tensor) と呼ぶ。成分の数は、各々、 $\frac{1}{2}n(n+1)$  および  $\frac{1}{2}n(n-1)$  個である。「群の表現論」では、ベクトル  $\psi_\alpha$  は、 $SU(n)$  群の基本表現 (fundamental representation) (あるいは、 $n$ 次元表現,  $\mathbf{n}$ ) と呼ばれ、また、ベクトル  $\psi_\alpha$  の複素共役  $\psi^{*\alpha}$  は、 $\mathbf{n}^*$  と記号的に書く。よって、 $\psi_\alpha$  と  $\chi^{*\beta}$  から作られる量  $\psi_\alpha\chi^{*\beta}$  は、 $\mathbf{n} \times \mathbf{n}^*$  と群論記号では書く。また、スカラー  $T$  はスカラー表現 (scalar representation) (あるいは、1次元表現,  $\mathbf{1}$ )、 $T_\alpha^\beta$  随伴表現 (adjoint representation) (あるいは、 $(\mathbf{n}^2 - \mathbf{1})$ ) と呼ばれる。従って、 $\psi_\alpha\chi^{*\beta}$  の  $T$  と  $T_\alpha^\beta$  への分解は、群論記号では、

$$\mathbf{n} \times \mathbf{n}^* = \mathbf{1} + (\mathbf{n}^2 - \mathbf{1}) \quad (2.38)$$

と書ける。同様に、テンソル  $\psi_\alpha\chi_\beta$  を、既約なテンソル (2.36) と (2.37) に分離したが、これは、

$$\mathbf{n} \times \mathbf{n} = \frac{1}{2}\mathbf{n}(\mathbf{n} + \mathbf{1}) + \frac{1}{2}\mathbf{n}(\mathbf{n} - \mathbf{1}) \quad (2.39)$$

と書ける。

例えば、クォーク模型では、メソン ( $q\bar{q}$ ) は、(2.38) 式で  $n = 3$  と置いた。

$$\mathbf{3} \times \mathbf{3}^* = \mathbf{1} + \mathbf{8} \quad (2.40)$$

となって、あの六角型図形 (8重項)  $\mathbf{8}$  が現れることとなる。

では、クォーク3個、( $qqq$ ) では、どうであろうか。これは、 $\mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{n}$  の既約表現への分解規則を知る必要がある。次に、それを説明しよう。

### 2.4.3 ヤング図による既約表現への分解規則

基本表現  $\mathbf{n}$  を, 1つのボックス  $\square$  で表すことにする. (クォーク 1 個を表すと考えればよい.) 2つのベクトル  $\psi_\alpha, \chi_\alpha$  の積  $\psi_\alpha\chi_\beta$  (即ち, クォーク 2 個の系) は,  $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ , 即ち  $\square \times \square$  と書けるが, それはこの 2 個のボックスの並べかたに対応して, 2 つの既約表現に分解される.

$$\begin{aligned} \square \times \square &= \square\square + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \psi_\alpha \times \chi_\beta &= T_{\{\alpha\beta\}} + T_{[\alpha\beta]} \\ \mathbf{n} \times \mathbf{n} &= \frac{1}{2}\mathbf{n}(\mathbf{n}+1) + \frac{1}{2}\mathbf{n}(\mathbf{n}-1) \end{aligned} \quad (2.41)$$

ここで, ボックスのヨコ並びは, 添字 (index)  $\alpha, \beta$  について対称であることを示し, タテ並びは反対称であることを示す. (2.41) の第 1 行に示したボックスの各並びかたに対応するテンソルは, (2.41) の第 2 行のごとくなり, また, その成分の数は (2.41) の第 3 行のごとく与えられる.

ボックス 3 個の場合 (即ち, クォーク 3 個の系 ( $qqq$ ) に対応) では, ボックスの並べかたは, 次の通りである.

$$\begin{aligned} \square \times \square \times \square &= \square\square\square + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \psi_\alpha \times \chi_\beta \times \phi_\gamma &= T_{\{\alpha\beta\gamma\}} + T_{[\{\alpha\beta\}\gamma]} \\ \mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{n} &= \frac{1}{6}\mathbf{n}(\mathbf{n}+1)(\mathbf{n}+2) + \frac{1}{3}(\mathbf{n}-1)\mathbf{n}(\mathbf{n}+1) \\ &+ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\ &+ T_{[\{\alpha\beta\}\gamma]} + T_{[\alpha\beta\gamma]} \\ &+ \frac{1}{3}(\mathbf{n}-1)\mathbf{n}(\mathbf{n}+1) + \frac{1}{6}\mathbf{n}(\mathbf{n}-1)(\mathbf{n}-2) \end{aligned} \quad (2.42)$$

ここで,  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  が 2 つ登場したのは, 次の理由による. 今, 識別のために各ボックスに名前  $a, b, c$  をつけておけば,

$$\begin{aligned} \boxed{a} \times \boxed{b} \times \boxed{c} &= (\boxed{ab} + \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline \end{array}) \times \boxed{c} \\ &= (\boxed{abc} + \begin{array}{|c|} \hline ab \\ \hline c \\ \hline \end{array}) + (\begin{array}{|c|} \hline ac \\ \hline b \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline c \\ \hline \end{array}) \end{aligned} \quad (2.43)$$

として, (2.42) が得られる. この 4 つの既約表現に対応する状態は, (2.42) の第 2 行

のように与えられる。即ち,

$$\begin{aligned}
 T_{\{\alpha\beta\gamma\}} &= \frac{1}{6}(T_{\alpha\beta\gamma} + T_{\beta\gamma\alpha} + T_{\gamma\alpha\beta} + T_{\beta\alpha\gamma} + T_{\gamma\beta\alpha} + T_{\alpha\gamma\beta}) \\
 T_{[\{\alpha\beta\}\gamma]} &= \frac{1}{4}(T_{\alpha\beta\gamma} + T_{\beta\alpha\gamma} - T_{\alpha\gamma\beta} - T_{\beta\gamma\alpha}) \\
 T_{\{[\alpha\beta]\gamma\}} &= \frac{1}{4}(T_{\alpha\beta\gamma} - T_{\beta\alpha\gamma} + T_{\alpha\gamma\beta} - T_{\beta\gamma\alpha}) \\
 T_{[\alpha\beta\gamma]} &= \frac{1}{6}(T_{\alpha\beta\gamma} + T_{\beta\gamma\alpha} + T_{\gamma\alpha\beta} - T_{\beta\alpha\gamma} - T_{\gamma\beta\alpha} - T_{\alpha\gamma\beta}), \tag{2.44}
 \end{aligned}$$

ここで,  $T_{\alpha\beta\gamma} \equiv \psi_\alpha \chi_\beta \phi_\gamma$  となる。

各既約表現の成分の数(「表現の次元」)は, (2.42) の第3行のように与えられる。(この表現の次元の計算法は, 後手で紹介する。)

このようにして, 一般に,  $m$  個の粒子系では, 同様に,  $m$  個のボックスの並べかたを書きくせばよい。このようなボックス図を, ヤング図 (Young tableau) と呼ぶ。

ところで,  $SU(n)$  群では, ボックスを  $n$  個タテ並びにすると, それはスカラーとになってしまう性質がある。(証明略。)

$$n \text{ 個 } \left\{ \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \vdots \\ \square \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \cdot \\ \text{スカラー} \end{array} \tag{2.45}$$

例えば,  $SU(n)$  では,  $\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}$  はスカラー (1次元表現) を表す。実際, (2.42) 式で,  $\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}$  の表現次元を与える式

$$d\left(\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}\right) = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) \tag{2.46}$$

に,  $n=3$  と置けば,  $d\left(\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}\right) = 1$  となる。

この性質を逆に使えば,  $\mathbf{n}^*$  表現は,  $\mathbf{n}$  と組み合わせてスカラーを作れるのだから,  $\mathbf{n}^*$  は  $n$  個のタテ並びボックス図から, 1個だけ減った状態

$$\square^* = \left. \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \vdots \\ \square \end{array} \right\} (n-1) \text{ 個のボックス} \tag{2.47}$$

と表すことができる。よって,  $\mathbf{n} \times \mathbf{n}^*$  の計算は, ヤング図では,

$$\begin{aligned}
 (n-1) \text{ 個 } \left\{ \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \times \square = \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \right\} n \text{ 個} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \\
 \mathbf{n}^* \times \mathbf{n} = \mathbf{1} + (\mathbf{n}^2 - 1) \tag{2.48}
 \end{aligned}$$

と表わせる.  $SU(3)$  の場合は,  $\mathbf{3}$  は,  $\square$ ,  $\mathbf{3}^*$  は  $\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}$  であるから,

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \times \square = \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{cc} \square & \square \\ \square & \end{array} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{3}^* \times \mathbf{3} = \mathbf{1} + \mathbf{8}$$

となつて, 8重項が出てくることがわかる.

#### 2.4.4 ヤング図による表現次元の数えかた

その表元の, 独立な成分の数を, その表元の次元 ( dimension ) と呼ぶ. この表現の次元は, ヤング図を利用すれば, 簡単に求めることができる. 具体例として,  $SU(5)$  のある表現

$$\begin{array}{ccc} \square & \square & \square \\ \square & \square & \\ \square & & \\ \square & & \end{array} \quad (2.50)$$

の表現次元を数えることとする. 一番左上の角のボックスに5を入れて, それから順次右のボックスには1だけ増した数字を入れて行く. また, 下方へ向かつて1だけ減じた数字を入れて行く.

$$\begin{array}{ccc} 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & \\ 3 & & \\ 2 & & \end{array} \quad (2.51)$$

また, 同じボックス図 (2.50) に, 次のルールで数字を入れたものを準備する.

$$\begin{array}{ccc} 6 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & \\ 2 & & \\ 1 & & \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{(あるボックスに入れる数)} \\ = \text{(自分の右側すべて)} \\ + \text{(自分の真下すべて)} \\ + \text{(自分)} \end{array} \right\} \text{のボックス数} \quad (2.52)$$

このとき, ヤング図 (2.50) で与えられる表現の次元  $d$  は, 次の式で与えられる.

$$d = \frac{\begin{array}{ccc} 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & \\ 3 & & \\ 2 & & \end{array}}{\begin{array}{ccc} 6 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & \\ 2 & & \\ 1 & & \end{array}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6} = 175, \quad (2.53)$$

他の任意の表現の次元も, 同様にして計算できる.

[問 2-2]  $\square \times \square \times \square$  で作られる表現  $\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}$ ,  $\begin{array}{cc} \square & \square \end{array}$ ,  $\square\square\square$  の次元を,  $SU(2)$ ,  $SU(3)$ , および  $SU(6)$  の場合に, (2.53) 式に習って, 具体的に求めよ. (一般の  $SU(n)$  の場合の解は, すでに (2.42) 式で与えあるが.)

[問 2-3] 坂田模型では, バリオンは基本粒子  $S$ (サカトン) から,  $(SS\bar{S})$  として作られる.  $\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}^*$  から出てくる既約表現が, (2.27) 式で与えられるということを用いて, ヤング図を使って, 確かめよ.

[問 2-4] バリオン 8 重項には,  $Y = 0$  の粒子として,  $I = 1$  のものと,  $I = 0$  のものが含まれるが, バリオン 10 重項には,  $I = 1$  のもののみで,  $I = 0$  状態は含まれないことを示せ.

[解] ヤング図のちょっとした応用となるので, この間については, ここで解答を説明する. 荷電スピン  $I$  は, クォーク  $u$  と  $d$  を  $SU(2)$  の  $\mathbf{2}$  と見なすことによって形成される. よって, この間は,  $SU(3)$  から  $SU(2)$  への分解を計算すればよい.

$SU(3)$  の  $\mathbf{8}$  と  $\mathbf{10}$  は, ヤング図ではそれぞれ  $\begin{array}{cc} \square & \square \\ \square & \end{array}$  と  $\square\square\square$  によって示される. バリオン ( $qqq$ ) の中で,  $Y = 0$  粒子は,  $s$  クォーク を 1 個含む状態だから, それを, ヤング図上で,  $u, d$  と区別して  $\boxed{S}$  と示すことにする. 残りの 2 個のボックスが,  $u$  と  $d$  が入ることにより,  $SU(2)$  のいろいろの表現を作る.  $u$  と  $d$  は, そのまま  $\square$  で示すことにする. このとき,  $SU(3)$  の  $\begin{array}{cc} \square & \square \\ \square & \end{array}$  と  $\square\square\square$  は  $\boxed{S}$  の入りかたで,

$$\begin{aligned}
 SU(3) &\Rightarrow SU(2) \times U(1) \\
 \begin{array}{cc} \square & \square \\ \square & \end{array} &\Rightarrow \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \boxed{S} + \begin{array}{cc} \square & \square \\ \boxed{S} & \end{array} \\
 \square\square\square &\Rightarrow \begin{array}{ccc} \square & \square & \square \\ & & \boxed{S} \end{array}
 \end{aligned}$$

なる表現をとる.  $SU(2)$  の  $\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}$  は, 次元計算より  $d = 1$  即ち  $I = 0$  ( $I_3 = 0$  の 1 つの状態のみ) を意味し, また,  $SU(2)$  の  $\begin{array}{cc} \square & \square \\ \boxed{S} & \end{array}$  は,  $d = 3$  即ち  $I = 1$  ( $I_3 = +1, 0, -1$  の 3 状態) を意味する.  $SU(3)$  の  $\begin{array}{ccc} \square & \square & \square \\ & & \boxed{S} \end{array}$  に対して, 1 つを  $\boxed{S}$  とすることにより, 残りを  $\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}$  とすることなど, できないことは明らかであろう.

## 2.5 SU(6) 理論

バリオンは、クォーク 3 個から ( $qqq$ ) として作られるので、

$$\begin{aligned} \square \times \square \times \square &= \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} &= \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10} \end{aligned} \quad (2.54)$$

なる  $SU(3)$  の既約表現が登場する. 実際に観測されているバリオンは, スピン  $J^P = \frac{1}{2}^+$  のものは  $\mathbf{8}$  のみであり, 一方, スピン  $J^P = \frac{3}{2}^+$  のものは  $\mathbf{10}$  のみである. どうしてこのようなスピンの違いによる  $\mathbf{8}$  と  $\mathbf{10}$  の選択が起こるのであろうか.

この問題は, 1964 年のギュルセイ (Gürsey), ラディカティ (Radicati), 崎田による「 $SU(6)$  理論」<sup>20)</sup> によって, 一応の解決を見る.

今までの議論では, クォーク  $u, d, s$  3 個について, これを  $SU(3)$  群の基本表現  $\mathbf{3}$  をなすと見なして, 理論を展開してきた. しかし, 各クォークは, スピン  $\frac{1}{2}$  粒子であるから,  $J_3 = +\frac{1}{2}$  と  $J_3 = -\frac{1}{2}$  の 2 成分を持つ. 従って, このスピンの成分の存在をも考慮に入れて, クォーク  $q$  は全部で 6 成分

$$q_A = (u \uparrow, u \downarrow, d \uparrow, d \downarrow, s \uparrow, s \downarrow), \quad A = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.55)$$

( $q \uparrow$  は  $J_3 = +\frac{1}{2}$  を,  $q \downarrow$  は  $J_3 = -\frac{1}{2}$  を持ったクォークとする.) を持つと考え, この  $q_A (A = 1, 2, \dots, 6)$  が  $SU(6)$  群の基本表現  $\mathbf{6}$  をなすとして, これから作られる複合系の分類を行うものとする.

クォーク 3 体系は, すでに [問 2-2] で計算したように,

$$\begin{aligned} \square \times \square \times \square &= \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{6} \times \mathbf{6} \times \mathbf{6} &= \mathbf{20} + \mathbf{70} + \mathbf{70} + \mathbf{56} \end{aligned} \quad (2.56)$$

と分解できる. 表現  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$  は,  $q_A (A = 1, 2, \dots, 6)$  のすべての添字 (index) について, 完全に対称 (totally symmetric) となっていることを表わすので, クォークの種類についての添字即ち  $SU(3)$  の添字と, スピンについての添字即ち  $SU(2)$  の添字との積が, 完全対称とたっていないなければならない. 即ち  $SU(6)$  の  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$  は,  $SU(3) \times SU(2)$  の表現について,

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = \left( \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \right) \quad (2.57)$$

[ ( , ) の中の左側はクォーク  $SU(3)$  の表現を, 右側はスピン  $SU(2)$  の表現を表わすとする. ] と書ける. ここで,  $SU(2)$  では, タテ並びボックスは最高 2 個までしか許されない, 実際,  $SU(2)$  の  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  などは存在しなく, 従って, (2.61) 式右辺第 1 項は存在しない項である. また,  $SU(2)$  の  $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$  とは,  $\square$  のことであり (  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \Rightarrow \cdot$  だから ), 2次元表現とはスピン  $J = \frac{1}{2}$  のこと (  $J_3 = \pm \frac{1}{2}$  なる 2成分を持つ ) である.  $SU(2)$  の  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$  とは, 4次元表現であり, これは  $J = \frac{3}{2}$  (  $J_3 = +\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$  の 4成分を持つ ) 状態を表わす. 結局, (2.57) 式のヤング図は,  $SU(3) \times (\text{スピン})$  の言葉で,

$$56 = (\text{なし}) + (8, J = \frac{1}{2}) + (10, J = \frac{3}{2}) \quad (2.58)$$

と書ける. 同様に, 完全反対称 (totally antisymmetric) の  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  は,

$$\begin{array}{l} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \left( \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \\ \mathbf{20} = \left( \mathbf{1}, J = \frac{3}{2} \right) + \left( \mathbf{8}, J = \frac{1}{2} \right) + \left( \text{なし} \right) \end{array} \quad (2.59)$$

となる.  $SU(6)$  の  $\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$  の  $SU(3) \times SU(2)$  への分解は, ちょっと混み入ってはいるが, 同様に,

$$\begin{array}{l} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = \left( \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \right) \\ \mathbf{70} = \left( \mathbf{1}, J = \frac{1}{2} \right) + \left( \mathbf{10}, J = \frac{1}{2} \right) \\ + \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \\ + \left( \mathbf{8}, J = \frac{1}{2} \right) + \left( \mathbf{8}, J = \frac{3}{2} \right) + \left( \text{なし} \right) \end{array} \quad (2.60)$$

と分解できる.

バリオン状態が, なぜ  $6 \times 6 \times 6$  で作られる  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$  状態の方を選ぶのか (  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  の方ではなく ) は不明であるが, ともかくこれを認めることとすれば ( その理由は次節 2.6 で明らかになる ), (2.58) 式から明らかのごとく, 実験で知られている通りの  $J^P = \frac{1}{2}^+$  の  $\mathbf{8}$  と  $J^P = \frac{3}{2}^+$  の  $\mathbf{10}$  のみが, バリオン状態として選び出せる.

更に、この  $SU(6)$  理論に基づけば、バリオンを  $SU(6)$  の  $\square\square\square$  (即ち **56**) と見なすとき、陽子  $p$  と中性子  $n$  の磁気モーメント (magnetic moments) の比が、

$$\frac{\mu(n)}{\mu(p)} = -\frac{2}{3} \quad (2.61)$$

であることが導びかれる。(証明略) 実験値<sup>21)</sup> は、

$$\begin{aligned} \mu(n) &= -1.91304184 \pm 0.00000088 \quad e\hbar/2m_p c \\ \mu(p) &= 2.7928456 \pm 0.00000011 \quad e\hbar/2m_p c \end{aligned} \quad (2.62)$$

であり、理論と実験の一致は大変良い。この事実は、 $SU(6)$  理論の成功例として、最も高く評価されている点である。(電氣的に中性である「中性子  $n$ 」が磁気モーメントを持つということから見ても、もはや中性子を「素」粒子と見ることには無理があることがわかる。)

その他にも、この  $SU(6)$  理論に基づいて導びかれた。いくつかの成功的予言があるが、それらの紹介は省略する。

なお、メソンの方は、 $SU(6)$  の  $\mathbf{6} \times \mathbf{6}^*$  として

$$\begin{aligned} \square \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \hline \end{array} &= \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \hline \end{array}, \\ \mathbf{6} \times \mathbf{6}^* &= \mathbf{1} + \mathbf{35}, \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \hline \end{array} &= \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \square & \square \\ \hline \end{array}, \cdot \right) + \left( \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \square & \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \square & \square \\ \hline \end{array} \right) + \left( \cdot, \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \square & \square \\ \hline \end{array} \right), \\ \mathbf{35} &= (\mathbf{8}, J=0) + (\mathbf{8}, J=1) + (\mathbf{1}, J=1), \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \cdot &= (\cdot, \cdot), \\ \mathbf{1} &= (\mathbf{1}, J=0), \end{aligned} \quad (2.65)$$

と分解できる。 $I=Y=0$  メソンとして、 $J^P=0^-$  では  $\eta$  (質量 549MeV) と  $\eta'$  (質量 958MeV) が、また、 $J^P=1^-$  として  $\omega$  (質量 783MeV) と  $\phi$  (質量 1020MeV) が知られている。(2.64), (2.68) より、 $J^P=0^-$  メソンでは、 $(\mathbf{8}, J^P=0^-)$  と  $(\mathbf{1}, J^P=0^-)$  とが別々の  $SU(6)$  の表現  $\mathbf{35}$  と  $\mathbf{1}$  とに分かれて所属している。従って、 $J^P=0^-$  メソンでは、 $\mathbf{8}$  と  $\mathbf{1}$  の分離は、十分良く行われると考えられる。即ち、 $\eta$  と

$\eta'$  のクォーク成分は, (2.7) 式のようになっていると考える. 実際,  $\eta$  を **8** の仲間と見なした (従って,  $\eta'$  を **1** と見る) 場合の質量関係式 (2.12) は, 非常に良く実験と一致する. 一方,  $J^P = 1^-$  では, **8** と **1** とは,  $SU(6)$  の同じ表現 **35** に所属している. 従って,  $J^P = 1^-$  では,  $J^P = 0^-$  のときほどには **8** と **1** の分離は良くなく, **8** と **1** との混合が起きてよいと考える. 実際, 質量関係から見て,  $\omega$  と  $\phi$  は, (2.8) 式のようなクォーク成分状態にあると考えられている.

## 2.6 クォークの3色カラー理論

ところで, メソンは  $(q\bar{q})$  で, バリオンは  $(qqq)$  で作られるとしたが, なぜ  $(qq)$  のメソンや  $(qq\bar{q})$  のバリオンが自然界には見いだされていないのであろうか. 単にスピンのみの議論からは, 整数スピンを持つメソンは, ともかく  $q$  であろうと, 全部でぐう偶数個から作られていけばよく, また, スピン半整数のバリオンは, 奇数個から作られていけばそれで良い. もし,  $(q\bar{q})$  はできるが  $(qq)$  はできないことの説明に,  $q$  と  $\bar{q}$  との間には引力が働くが  $q$  と  $q$  との間は斥力となるから (荷電粒子が,  $\oplus$  と  $\oplus$  の間では引力で,  $\oplus$  と  $\ominus$  あるいは  $\ominus$  と  $\ominus$  の間が斥力となるように) と考えるなら, メソンはそれで説明できても, 今度はなぜ  $q$  ばかり 3 個集った  $(qqq)$  が結合できるのかが, 説明できなくなる.

また, 前節 2.5 で, バリオンは,  $SU(6)$  の  $6 \times 6 \times 6$  で作られる完全対称状態  $\square\square\square$  と仮定したが, この点もナゾである. なぜなら, クォークはスピン  $J = \frac{1}{2}$  を持ち, フェルミ統計に従う粒子であるが, このフェルミ統計によれば, 2 つの粒子の場所を交換するとその状態を表わす波動関数は符号を変えねばならず, 従って, クォーク 3 個からなる系は, 全体の波動関数が粒子成分の交換に対して, 完全反対称  $\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{matrix}$  となっているべきである. しかるにすでに 2.5 (2.63) 式で見たように,  $SU(6)$  の  $\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{matrix}$  を選び出したのでは, (**8**,  $J = \frac{1}{2}$ ) は出せても, (**10**,  $J = \frac{3}{2}$ ) は出て来ない.

これらのことを理解するために, ゲルマン達<sup>22), 23)</sup> は, クォーク  $u, d, s$  は, 各々更に 3 個の仲間を持ち (それを, 光の 3 原色にたとえて, クォークの色 (color) — 赤色  $u$ , 緑色  $u$ , 青色  $u$  など — と呼ぶ), 自然界に存在を許される状態は, この 3 色が混りあって「無色」になったもののみであるという考えを提案した. (「色 (color)」) という名称は, 1972 年, ゲルマン達<sup>22)</sup> によるが, 考えかたそのものはもっと古く, 1964 年

ころ<sup>23)</sup>より提唱されていた.)

### 2.6.1 3色クォークと $SU(3)_c$ 理論

各クォーク  $u, d, s$  は  $SU(3)$  の基本表現  $\mathbf{3}$  をつくり, またスピン  $J = \frac{1}{2}$  の 2 状態 ( $SU(2)$  の  $\mathbf{2}$ ) を持っていた. これに加えて, 各クォークは更に, 3 色カラーを示す添字 ( $SU(3)$  の  $\mathbf{3}$ ) を持つとする.

「無色」状態とは, このカラー  $SU(3)$  [ $SU(3)_c$  と書く] の変換のもとでスカラーとしてふるまう. 即ち 1 重項 (singlet) 状態であるということを意味する. 例えば, 粒子・反粒子系 ( $q\bar{q}$ ) では,

$$\begin{aligned} \square \times \square^* &= \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{3} \times \mathbf{3}^* &= \mathbf{1} + \mathbf{8} \end{aligned} \quad (2.66)$$

であるから, 「無色」状態  $\mathbf{1}$  を作るができるが, 粒子・粒子系 ( $qq$ ) では,

$$\begin{aligned} \square \times \square &= \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{3} \times \mathbf{3} &= \mathbf{6} + \mathbf{3}^* \end{aligned} \quad (2.67)$$

となり, 「無色」状態は作られない. (この  $SU(3)_c$  の各表現と, 今までの  $u, d, s$  による  $SU(3)$  の表現とは, 別のものなので, 混同しないよう!) しかし, クォーク  $q$  が 3 個集まると,

$$\begin{aligned} \square \times \square \times \square &= \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} &= \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10} \end{aligned} \quad (2.68)$$

となって, 再び「無色」状態  $\mathbf{1}$  を作り出すことができる. これに対して, 同じ 3 個の系でも, ( $qq\bar{q}$ ) では,

$$\begin{aligned} \square \times \square \times \square^* &= \square + \square + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3}^* &= \mathbf{3} + \mathbf{3} + \mathbf{6}^* + \mathbf{15} \end{aligned} \quad (2.69)$$

となって (2.5 [問 2-3] 参照), やはり「無色」状態  $\mathbf{1}$  は作れない.

ところで, ( $qqq$ ) 系において, 「無色」状態は  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  ( $SU(3)_c$  について完全反対称) であるが, 先に述べたフェルミ統計からの要求, 「全体として完全反対称  $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  であるべ

し」は、 $SU(3) \times SU(2)_{\text{スピン}} \times SU(3)_{\text{カラー}}$  が  $\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix}$  であるべしということであり、すでに  $SU(3)_c$  が  $\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix}$  なら、残りの  $SU(3) \times SU(2)_{\text{スピン}}$  の部分が完全対称  $\square\square\square$  となっていなければならない。即ち、バリオンでは、 $SU(6)$  の  $\square\square\square$  となっているべきである。そしてそれは、(2.58) 式に見たように、まさに望み通りの  $J^P = \frac{1}{2}^+$  の **8** と  $J^P = \frac{3}{2}^+$  の **10** のバリオンを選び出してくれる。

### 2.6.2 3色カラーを支持する実験事実

この「カラー」が「3色」でよいということは、いくつかの実験事実から、間接的に確められている。詳しい理論的な解説を略して、結論のみを紹介すれば、例えば次のようなことが知られている。

[  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$  崩壊 ]

$\pi^0$  メソンは  $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$  として作られているが、このことを使って  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  崩壊の寿命を理論的に計算すると (図 2.13), その崩壊振幅の大きさが、実験値と比べて  $\frac{1}{3}$  にしかならない。そこで、各クォーク  $u, d$  が更に 3 個 (3 色) あるとすれば、理論値は更に 3 倍されて、実験値とぴったり一致することになる。

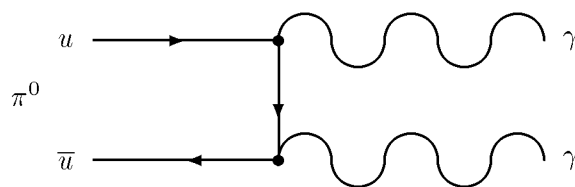


図 2.13  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  の理論計算

[  $e^+e^- \rightarrow$  ハドロン実験 ]

電子  $e^-$  と陽電子 (positron) (電子の反粒子)  $e^+$  とを衝突させて沢山のハドロンを生み出す実験での散乱断面積  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})$  (その反応が起きる確率に対応すると思えばよい) と、 $e^+e^-$  衝突から  $\mu^+\mu^-$  の対発生を生み出す散乱断面積  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$  の比は、理論的に (ある程度の高いエネルギーの反応実験では)

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_q (Q_q)^2, \quad (2.70)$$

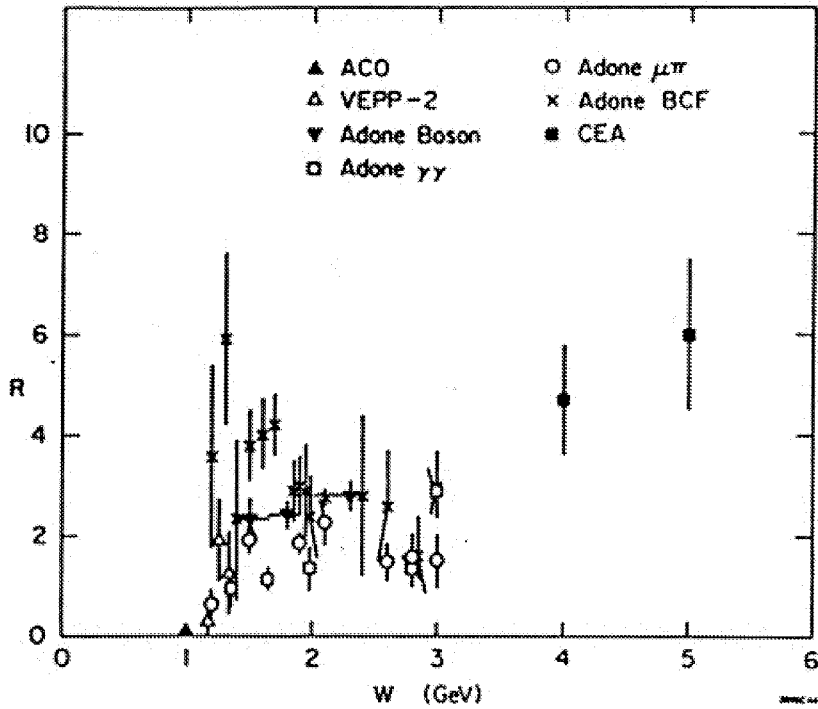


図 2.14 エネルギー  $W$  に対する  $R$  の実験値, 横軸  $W$  は  $e^+ + e^-$  系の質量中心系でのエネルギー値. 図は, Lüth の論文<sup>24)</sup> より引用.

で与えられる. ここで,  $Q_q$  はクォーク  $q$  の持つ荷電の大きさであり,  $Q_u = \frac{2}{3}$ ,  $Q_d = Q_s = -\frac{1}{3}$  より,  $R$  の理論値は

$$R = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \quad (2.71)$$

となる. しかるに, 実験値 (図 2.14) は  $R \simeq 2$  程度を示している. ( $R \simeq 2$  より大きな値の実験値も報告されているが, (例えば Adone BCF のデータ), これらは実験誤差も大きいので, これを除いて見れば, ほぼ  $R \simeq 2$  と言ってよい. また, CEA のデータ (エネルギー  $W$  が 3 GeV 以上) で  $R$  の大きな値が出ている点については, III, 3.1 で述べる.) そこで, 各クォーク  $u, d, s$  が更に各々 3 個 (3 色) の仲間を持つことを考慮してやれば, (2.71) の理論値は 3 倍されて,  $R \simeq 2$  となり, やはり実験と一致する.

### 2.6.3 量子色力学 ( QCD )

色を持った粒子状態どうしの間働く力は、質量ゼロのグリューオン (gluons) という 8 個の  $J^P = 1^-$  ボゾン ( $SU(3)_c$  の **8** を作る) の媒介によって生ずると考える。

電磁力 (electromagnetic force) は、質量ゼロの  $J^P = 1^-$  ボゾン、光子 (photon)  $\gamma$  の媒介によって生じ、このことについては、量子電磁力学 (quantum electrodynamics, 略して QED) として、完全された理論ができています。同様に、グリューオンを媒介とする力についての理論は、現在では、量子色力学 (quantum chromodynamics, 略して QCD) と呼ばれるものに完全されています。

この QCD の最も特徴的 (奇妙な) 結論の 1 つとして、色を持った状態とグリューオンの相互作用の強さ (有効結合定数 effective coupling constant) が、その色状態のエネルギーが高ければ高いほど、弱くなって行くということが知られている。「無色」のハドロンは、色を持ったクォークの結合状態として作られているが、それらが十分接近して結合しているということは、言い換えれば、各クォークは十分高いエネルギー状態で結合しているということになる。(1.1.2 の記述参照。) 従って、メソン ( $q\bar{q}$ ) やバリオン ( $qqq$ ) では、それらのクォークは互いに結合状態にあるにもかかわらず、見かけの相互作用の強さが弱く、あたかも各クォークはハドロンの内部で「自由粒子 (free particle)」であるかのごとくふるまう。このような性質は、漸近自由 (asymptotically free) と呼ばれ、QCD の出現以前から素粒子反応で実験的に知られていたが、QCD はこのことを見事に説明してくれたことになる。(このことは、直覚的には次のように考えればよい。高いエネルギー状態の色を持った粒子は、より強く自分自身の回りを色を持った粒子・反粒子の雲で取りまいてしまう。結果として、その雲の外から見れば、その粒子本来が持っていた色の強さは、薄められてしまう。) QCD の他の特徴は、無色の状態に結合している色を持った粒子どうしを引き離そうすると、その間に働く力は、両者が離れれば離れるほど強くなるということである。このために、色を持った粒子は、自然界では常に「無色」の状態に閉じ込め (confinement) られており、決して単独では「有色」粒子が観測されることはない、考えられている。(但し、現在のところ、それが完全に理論的に証明されたわけではない。)

## 2.7 クォークは発見されたか？

### 2.7.1 フェアバンク達による $\frac{1}{3}$ 荷電の発見

初めに紹介したように、1977年(昭和52年)4月27日、全世界の新聞は一斉にクォークの存在の証明 —  $\frac{1}{3}$  荷電の発見 — を報じた。

このニュースのもととなったフェアバンク (Fairbank) 達の実験報告<sup>25)</sup>は、アメリカ物理学会の Physical Review Letters 誌に、4月8日受理の後、異例のレフェリー審査抜きでの扱いで(普通、論文は複数レフェリーによる審査を経て可となったもののみが掲載される)、5月2日号<sup>4)</sup>にスピード掲載される。— それほど、その発見は、物理の世界では重大発見であった。

フェアバンク達は、ニオブの小球(約  $9 \times 10^{-5}$  g)の残留荷電の側定を行って、2例の  $\frac{1}{3}$  荷電 [  $(+0.337 \pm 0.009)e$ ,  $(-0.331 \pm 0.070)e$  ] を発見した<sup>25)</sup>。

彼等はその後、1979年に更に2例、また1981年に更に8例の  $\frac{1}{3}$  荷電の報告をする<sup>26)</sup>。

しかしながら、彼等のこの大発見も、今だにノーベル賞の対象のなることもなく、一時的に物理の世界で大いに話題になりはしたものの、その後はどく一部の人々を除いて、彼等の実験結果に注目する人々はほとんどいない。実験屋も理論屋も、フェアバンク達のこの「大発見」に対し、意外に皆、冷ややかである。

これは、なぜであろうか。

### 2.7.2 なぜ「 $\frac{1}{3}$ 荷電の発見」に人々は冷ややかか？

フェアバンク達のたび重なる追実験による再確認にもかかわらず、「 $\frac{1}{3}$  荷電の発見」が物理の世界で今だに確立したものとして受け入れられていない公的理由は、フェアバンク達以外の実験グループによる再確認が今だになされていないからである。それどころか、フェアバンク達の実験結果から算出される自由クォークの自然界での存在確率に比べて、もっと小さな確率で自由クォークの不検出を告げる実験結果が、続々と他の実験グループにより報告されている。(あまり多くの報告がありすぎるので、文献は略する。例えば、フェアバンク達にとって、最大のライバルと言われているイタリアのモルプルゴ達の論文<sup>27)</sup>を見よ。)但し、実験方法がフェアバンク達と異なるので、フェアバンク達の実験は誤りであるという結論も出せない。(最近、イギリスの実

<sup>4)</sup>Phys.Rev.Lett. 誌は週間発行。

験グループが、フェアバンク達の実験方法とほぼ似たやりかたで追実験を行った結果、やはり「不検出」の結果を得た<sup>28)</sup>。) (実験的なことの一般向け解説は、本間三郎「幻の粒子、クォークを追って」<sup>28)</sup>が詳しい。)

1964年のゲルマンによるクォーク模型の提案以後、さまざまの実験家達が工夫を凝らした方法で、 $\frac{1}{3}$  荷電の検出(自由クォークの検出)を目先して来た。しかし、そのいずれもが「不検出」という報告ばかりであった。実験家達は、もはや自由クォークは不存在かまたは存在していてもごく微量で検出にはかからぬものと、あきらめかけていたころ、1977年のフェアバンク達の報告が出た。実験家達は、「まさか!」との衝撃を受けたものの、その後もいろいろの実験家達からの不検出の報告が続くにおよんで、人々は「半信半疑」から、むしろフェアバンク達の結論に否定的な見解へと、彼等の反応は移って行った。

一方、理論家達の反応はどうであろうか。当時、クォーク模型はすでにながちりとした足場を固めており、 $\frac{1}{3}$  荷電以外(例えば、 $\frac{1}{2}$  荷電や $\frac{1}{6}$  荷電)の発見でもあれば理論家としても大いに刺激を受け大いに興奮したであろうが、 $\frac{1}{3}$  荷電の発見では今さら何の新しい理論的興味を引き起こすこともなかった。理論家達が、 $\frac{1}{3}$  荷電の発見を、比較的冷淡に受け止めたのは、このような理由からであった。

更に言うなら、理論家達にとって、 $\frac{1}{3}$  荷電の発見を「信じたくない」もっと積極的な理由があった。それは、前節2.6で紹介したように、クォークのカラー理論の出現により、理論家達の間では、色を持ったクォークは完全にハドロン内に閉じ込められ、単独のクォークとして存在することはできないという考えが主流となっていたことである。多くの理論家達は、「カラーの閉じ込め理論」の完全証明に取り組み中であり、まさにその証明がもう少しで出来そうに思われているころであった。そのようなときに、今さら単独のクォークの発見なんて、全く歓迎したくない実験報告であった。(但し、今でもまだ、カラーの閉じ込めについて、完全な理論は出き上がっていない。)

**[参考]** 大多数の理論家は、クォークの完全閉じ込め(permanent confinement)を信じているが、それでも、ごく小数の人々は、クォークは単独で観測されても良いと考えている。単に「無色」状態の方が「有色」状態よりエネルギー的にずっと低く、それで「無色」状態が観測されやすいだけであり、将来の高エネルギー実験では観測され得るものと考ええる。この、小数派である「非閉じ込め(unconfinement)」説の人々の中でも、大部分の人々は、単独で観測されるべきクォーク  $q$  は、整数荷電(integral charges)を持つと考えている<sup>29)</sup>。従って、分数荷電(fractional charges)のクォークが単独で観測されても良いと考える人々は、更にもっと小数派となる<sup>31)</sup>。

## Part II 文献

- 1) M.Gell-Mann, Phys.Lett.**8**, 214 (1964).
- 2) G.Zweig, CERN preprint 8419/TH.412 (1964), (unpublished).
- 3) James Joyce, Finnegan's Wake (Viking Press, New York, 1934), p.383.
- 4) 藤井より, 日本物理学会誌 **28**, 939 (1973); **29**, 981 (1974); 藤井純一, 日本物理学会誌 **29**, 467 (1974).
- 5) M.Gell-Mann, Phys.Rev. **125**, 1067 (1962).
- 6) S.Okubo, Prog.Theor.Phys. **27**, 949 (1962).
- 7) S.Okubo,Pyhs.Lett. **5**, 165 (1963); G.Zweig, CERN preprint TH401, 412 (1964); J.Iizuka, K.Okada and S.Shito, Prog.Theor.Phys. **35**, 1061 (1966).
- 8) G.Zweig, Invited talk, Baryon 1980 Conference, CALT-68-805 (1980).
- 9) N.Cabibbo, Phys.Rev.Lett. **10**, 531 (1963).
- 10) S.Sakata, Prog.Theor.Phys. **16**, 686 (1956).
- 11) M.Ikeda,S.Ogawa and Y.Ohnuki, Prog.Theor.Phys. **22**, 715 (1959).
- 12) A. Pevsener et al.,Phys.Rev.Lett. **7**, 421 (1961); M. Chrétien et al., Phys.Rev.Lett. **9**, 127 (1962); C. Alff et al., Phys.Rev.Lett. **9**,325 (1962).
- 13) 大貫義郎「対称性理論事始」,素粒子論研究 **82**, 503 (1991年3月号).
- 14) M. Gell-Mann, California Inst.of Technology, Report CTSL-20 (1961); Phys. Rev. **125**, 1067 (1962).
- 15) M.Gell-Mann, Proceeding of the International Conference on High Energy Physics, July 4-11, 1962; CERN (1962) p.805.
- 16) V.E.Barnes et al., Phys.Rev.Lett. **12**, 204 (1964); G.S.Abrams et al., Phys.Rev.Let. **13**,670 (1964).
- 17) 坂田昌一,「素粒子の模型と構造」研究会講演, 1963年3月広島大学;講演記録は,「素粒子論研究」1963年10月号;坂田昌一論集1「物理学と方法」(岩波書店) p.291に再録.
- 18) 牧二郎, 坂田模型25周年記念シンポジウム講演「素粒子論の発展と哲学—坂田・名古屋模型の展開をめぐる」(1980年10月31日—11月1日 名古屋大学) に対する討論;「素粒子論研究」**63**別冊(1981年8月).
- 19) 小川修三, 基礎物理学研究所15周年シンポジウム講演「素粒子模型の進展」(1968年10月28日—31日,京都会館);「基礎物理学の進展」(理論物理学刊行会)(1969)p.17.
- 20) F.Gürsey and L.A.Radicati, Phys.Rev.Lett. **13**, 299 (1964); B.Sakita, Phys.Rev.Lett. **13**, 643 (1964).
- 21) Particle data group, Rev.Mod.Phys. **56**, S1 (1984).

- 22) D.B.Lichtenberg, "Unitary Symmetry and Elementary Particles" (Academic, New York, 1970), pp 227—228; M.Gell-Mann, Acta.Phys. Austrica Supp. **9**, 733 (1972).
- 23) O.W.Greenberg, Phys.Rev.Lett. **13**, 598 (1964); H.-Y.Han and Y.Nambu, Phys.Rev. **139**, B1006 (1965); Phys.Rev.D**10**, 674 (1974); Y.Miyamoto, Prog.Theor.Phys. Suppl. Extra No., 187 (1965); T.Tati, Prog.Theor.Phys. **35**, 126 (1966); **35**, 973 (1966); S.Hori, Prog.Theor.Phys. **36**, 131 (1966); N.Cabibbo, L.Maiani and G.Preparate, Phys.Lett. **B25**, 132 (1967).
- 24) V.Lüth, SLCA-PUB-1873 (1977).
- 25) G.S.LaRue, W.M.Fairbank and A.F.Hebard, Phys.Rev.Lett. **38**, 1011 (1977).
- 26) G.S.LaRue, W.M.Fairbank and J.D.Phillips, Phys.Rev.Lett. **42**, 142 (1979); G.S.LaRue, J.D.Phillips and W.M.Fairbank, Phys.Rev.Lett. **46**, 967 (1981).
- 27) G.Gallinaro, M.Marinelli and G.Morpurgo, Phys.Rev.Lett. **38**, 1255 (1977); M.Marinelli and G.Morpurgo, Phys.Lett. **98B**, 465 (1981).
- 28) P.F.Smith et al., Phys.Lett **153B**, 188 (1985).
- 29) 本間三郎, 「幻の粒子, クォークを追って」 自然 1977年9月号 p.26; 1977年10月号 p.78.
- 30) 例えば, M.Y.Han and Y.Nambu, Phys.Rev. **139**, B1006 (1965); J.C.Pati and A.Salam, Phys.Rev. **D8**, 1240 (1973).
- 31) 例えば, A.De R'ujula, R.C.Giles and R.L.Jaffe, Phys.Rev. **D17**, 285 (1978).