

Chapter 4

光の粒子説の復活？

1900年のプランクのエネルギー量子仮説，1905年のアインシュタインの光量子仮説などを経て，光はときには「粒子」のごとく振舞うということが明らかになる．このように20世紀に入って次々とそれまでの完成された物理学「古典物理学」では理解できないような実験事実が明らかになり，全く新しい考え方が要求されるようになってくる．

この章では，まず，光についての奇妙な振舞いについて学ぶ．

4.1 光電効果とアインシュタインの光電子仮説

光電効果の発見

1887年，Hertz（独）は，電磁波の存在を検証する実験中，金属球に光を当てると，火花の長さが増すことに気付いた．光電効果の本格的発見は，1887年，Hallwachs（独）による．彼は，亜鉛球に紫外線を当てるとそれが正に帯電するというのを発見した．更に，1900年，Hertzの弟子であるLenard（独）は，飛び出してくる粒子の比電荷を測定し，それが電子であることを確認した．即ち，光電効果とは，金属に光を照射するとき，そこから電子が飛び出して来る現象をいう．

1902年，Lenardは，更に定量的な研究を行い，次のような実験事実を発見した．
(a) ある振動数 ν_0 （それは金属の材質によって決まる）以下の振動数を持つ光では，例えどんなに強い光であっても，光電効果は起きない．

(b) 電子1個の持つエネルギーの最大値 E_{max} は，入射光の強さには無関係であり，

その振動数 ν にのみ依存し、

$$E_{max} = a\nu + b \quad (a, b \text{ は定数}) \quad (4.1)$$

の関係を示す。

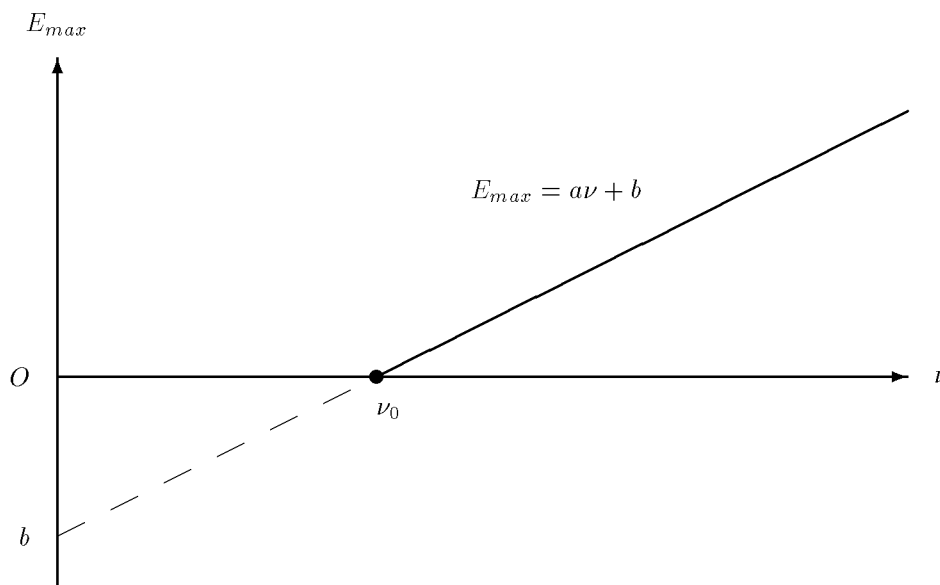


図 4-1 入射光の振動数 ν と運動エネルギーの最大値 E_{max} との実験的關係

なぜ古典論では説明できないのか？

波の一般論では、波の強さは単位時間当たり、単位面積当りに通過する波のエネルギーを意味し、また、波のエネルギーは振幅の二乗に比例する。

光電効果は、光の波がやってきて金属中の電子を揺さぶることにより電子にエネルギーを与え、その結果、電子を金属の外へ飛び出させる現象と、考えることができる。

しかしこの考えでは、例え振動数が小さくても振幅を大きくとることにより大きなエネルギーを持つ波を実現できるので、実験事実 (a) は理解しがたい。無論、実験事実 (b) も、説明に困る。

アインシュタインの光量子仮説

1905年3月、Einstein (スイス) は、Planck のエネルギー量子の考え方 (1901) (4.2で紹介する) を更に発展させ、「振動数 ν なる光は、エネルギーが $h\nu$ で与えられ

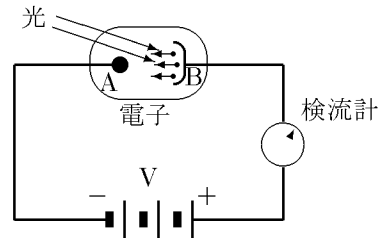


図4-2 [参考] 光電効果を見る実験:電極Bに光を当てると,そこから電子が飛び出し, Aに向かう. 結果として, A極とB極は接触していないにもかかわらず, この回路に電流が流れる. また, もしこの装置で電池を図のように接続し, 電池の電圧をゼロから徐々に上げて行ってやると, やがて電流の流れなくなる電圧の値 V_0 がある. これは, B極より飛び出した電子(その運動エネルギーを E とすると)が, だんだん逆向きに電氣的位置エネルギーが加わってくることにより, A極には辿り着きにくくなり, ついに, 位置エネルギーの差が eV_0 (e は電子の電荷の大きさ)となったとき, E の値の最大(それを E_{max} と書く)を持つ電子ですらA極に辿り着けなくなったことを意味する. 即ち, $eV_0 = E_{max}$ が成立する. このようにして, V_0 の値を実験で測定することにより, 飛び出して来る電子のエネルギー E の最大値 E_{max} を求めることができる.

る塊(光量子)となって振舞う」という, いわゆる「光量子仮説」を, 提唱する. ここで, h は, プランク定数と呼ばれ, $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J·s なる値をとる. この仮定により, 光電効果は, 飛んで来た光量子(光子)1個が電子1個と衝突をしてそれをたたき出す現象として, 理解することができる. 光子1個が持つエネルギー $h\nu$ が金属中の電子に与えられ, その電子は金属の表面のエネルギーの壁を突き破るのに W のエネルギーを費やした後, 残りを運動エネルギー E として持って, 飛んで行くことになる. 式で書くなら,

$$h\nu = E + W \quad (4.2)$$

となる.(正確に言えば, この式での E は, 図4-6で説明するように, 飛び出して来る電子の持つ運動エネルギー E のうち, その最大の値 E_{max} について成立する式である.)

この式(4.2)は, 光子1個と電子1個の衝突についての式であるということに, 注意しよう. 入射光の強さ(エネルギー)を増せば, それだけ入射光子の数も増し, 光子と電子の衝突の数も増えるので, 飛び出す電子の数も増える. 強い光の照射に対しては, 電子全体のエネルギーは増すが, 電子1個の最大運動エネルギーは光の強さ(光

子の数)には, 無関係で, あくまで (4.2) 式で与えられることになる.



図 4-3 光の波に揺られて, プランコを楽しむ電子たち.

波のエネルギーは, $(\text{振幅})^2 \times (\text{振動数})^2$ に比例する.

実験から求めた (4.1) 式の傾き a は, 確かにプランク定数 h の値と一致する. また, 実験から求まる ν_0 は理論式での W と $\nu_0 = W/h$ なる関係を持つ. この W の値 (仕事関数) は, 金属に熱を加えたときに電子が飛び出す現象 (熱電子放射) から, すでに実験値が知られており, 光電効果の実験から得られた $W = h\nu_0$ の値とよく一致する. このようにして, 光電効果の現象に関する限り, 光は波と考えては説明できず, エネルギー $h\nu$ を持つ「粒子」と考えねばならないことがわかった.

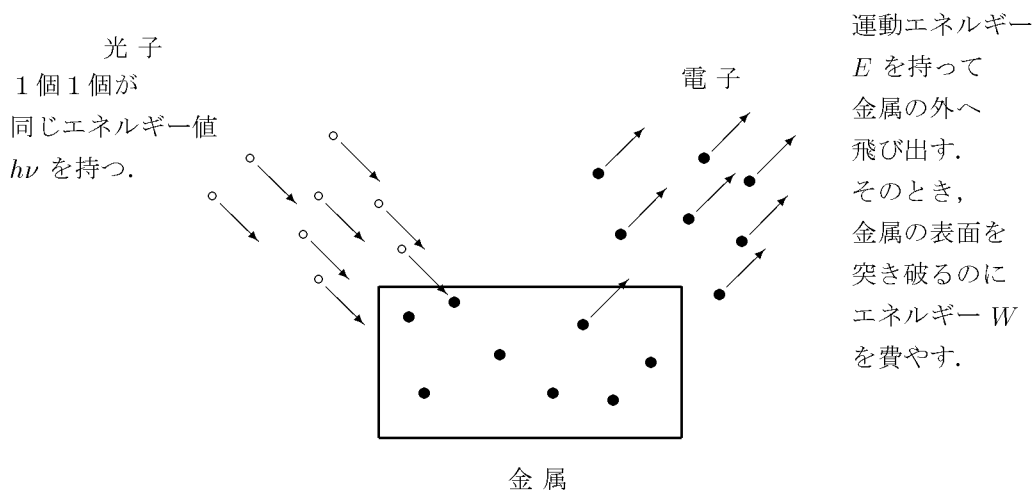


図 4-4 光量子仮説による光電効果の説明

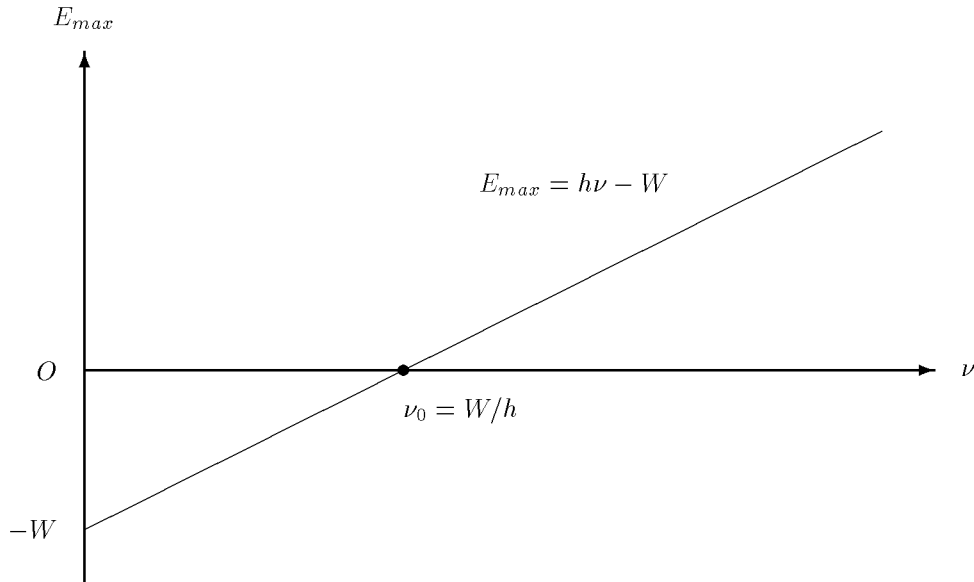


図 4-5 光量子仮説から説明される E_{max} と ν の関係

4.2 熱放射の研究とプランクの量子仮説

エネルギー量子の考えは、1900年、Planck（独）によって導入された。

この節は、アインシュタインの光量子仮説の意義をよりよく理解するために、その比較として、プランクの量子仮説を紹介する。しかし、彼の理論の完全なる紹介をするためには、熱力学、統計力学のかなりの予備知識が要求されるので、ここでは、簡単にその考え方の概略を紹介するにとどめる。

熱放射の研究

19世紀後半、加熱技術、高温作用の改良という工業的要請から、高温の測定についての研究が発達してくる：高温の物体では、それを構成している原子、分子などがそれに応じて激しく熱振動をしているに違いない。荷電粒子が振動数 ν で振動すれば、電磁気学の法則に従って、振動数 ν の電磁波（光）が放出される。このときの高温物体が放出する電磁波の振動数 ν と放射エネルギー密度 u と物体の温度（絶対温度） T との関係が、いろいろ研究された。

1896年、Wien（独）が理論的に導いた式（いわゆるヴィーンの式）は、その後の実験（Lummer と Pringsheim, 1899年）で、高温側および長波長側では実験とズレ

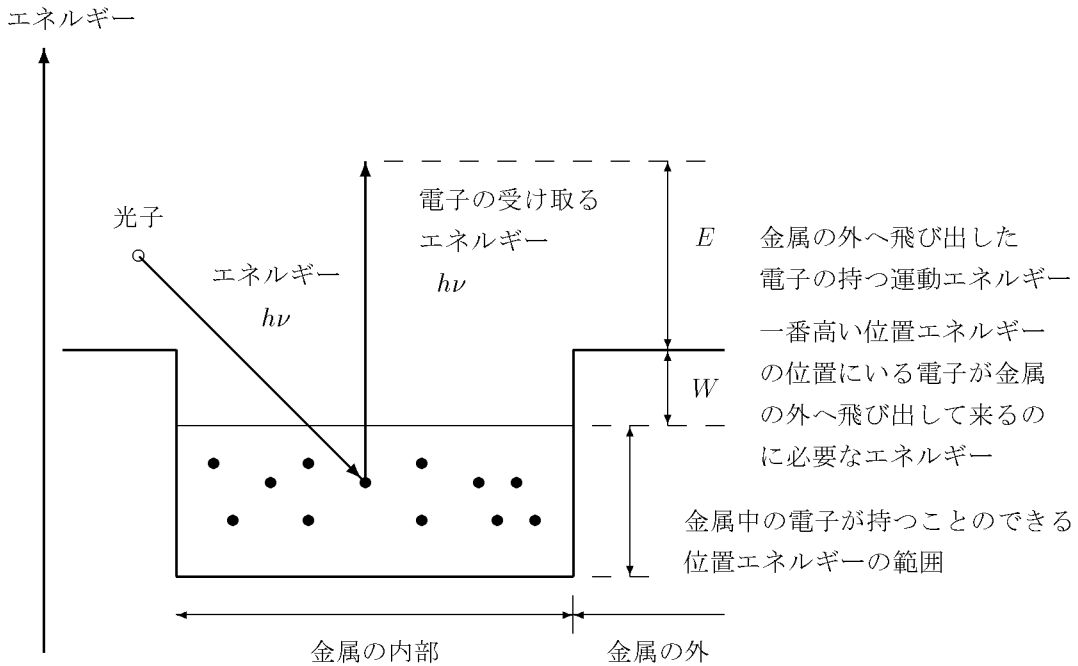


図4-6 [参考] 光電効果における電子のエネルギー状態図:水面からの高さ W の壁を持った容器に入った水を想像すればよい. 壁の高さを乗り越えて水の分子(電子)が外へ飛び出すには, 少なくとも壁の高さ W 以上のエネルギーを他から(光子から)貰う必要がある. 即ち, $h\nu \geq E + W$. よって, 振動数 ν の決まった光を用いる実験では, 光子一個の持つエネルギー E の最大値 E_{max} は, 上式の「=」の成立する場合, 即ち, $h\nu = E_{max} + W$ で与えられることとなる.

があることが分かった.

一方, 1900年, Rayleigh (英) (そして後に1905年, Jeans (英) が) は, 別の観点から理論式(いわゆるレイリー・ジーンズの式)を導くが, これはヴィーンの式とは逆に, 低温側および短波長側で実験と全く合わない.

いずれの理論式も, それぞれ無理の無い考え(前提)から出発しており, それなのに実験は各々部分的にのみ良く合うというのは, 興味ある事実であった.

プランクの量子仮説

1900年10月, Planck (独) は, ベルリンの物理学会追加講演し, 実験結果を良く再現する式として,

$$u = \alpha \frac{\nu^2}{c^2} \frac{\beta\nu}{e^{\beta\nu/T} - 1} \quad (4.3)$$

を提唱した. この式は α と β を適当に選べば, 全ての温度, 全ての波長で, 実験と

良く合わせることができた。(実際、この式で、 $\nu/T \gg 1$ とおけばヴィーンの式となり、また、 $\nu/T \ll 1$ とおけば、レイリー・ジーンズの式になることが、示せる。)

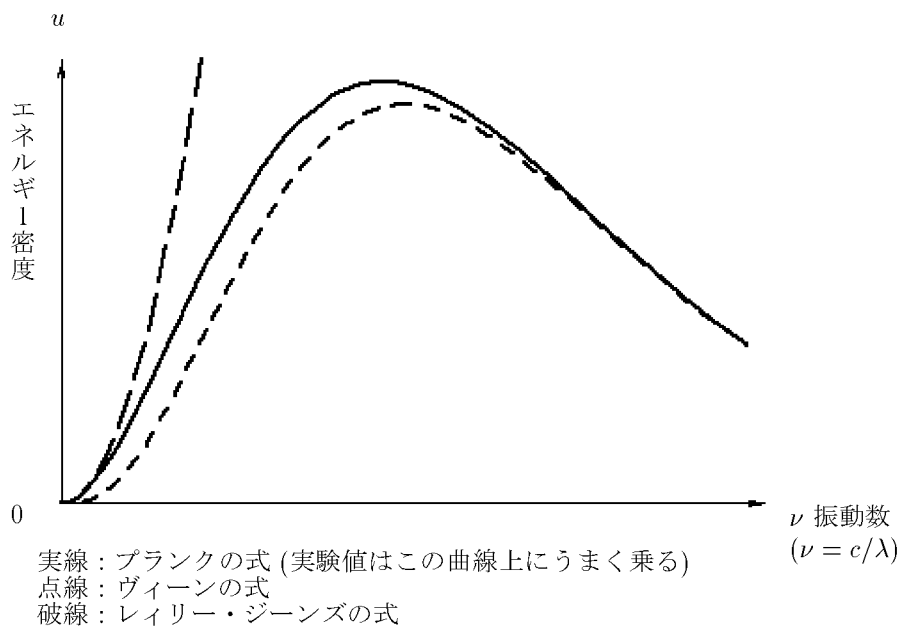


図 4-7 ヴィーンの式およびレイリー・ジーンズの式の、実験値との対応

しかし、この式はなんら理論的な考察にもとづくものではなかったため、Plank はなんとかこの式の理論的意味づけを行おうと努力し、ついに彼は全く新しい「エネルギー量子」の考えに到達する (1900 年 12 月物理学会講演, 1901 年 1 月論文)。物質を構成する荷電粒子が振動数 ν で振動するとき、それによって物質から振動数 ν の電磁波 (光) が放出される。(この点は今までの人達と同じ考え。) 彼は、その各粒子の振動のエネルギーは、ある大きさ ε を単位として、その整数倍の値しかとれないと仮定した (エネルギー量子仮説)。そして、 h を定数として、 $\varepsilon = h\nu$ とおけば、(4.3) 式が導かれることを示した。

$$u = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (4.4)$$

この理論式 (4.4) は、 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J·s と選べば、任意の温度 T 、任意の振動数 ν で、実験と完全に一致する。

今までの物理学では、振動粒子の持つエネルギー E は、振動数 ν だけでなく振幅 a にも関係し、 ν が与えられても、 E の値は任意の連続的な値をとることができ

る。それを、Planck が、 $0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots$ なるとびとびの値しかとれないと仮定するのであるから、これは今までの物理学ではどうも考えられない仮定であった。

しかし、彼の提案した理論式(4.4)は、実験と良く合うということは認められたものの、理論的な面にはほとんど注目されることはなかった。また、彼自身も、現実のエネルギー量はやはり連続的などの値もとれる（それは $\varepsilon \rightarrow 0$ に対応する）と考え、彼のエネルギー量子仮説は統計力学上の計算を行うための便宜上の仮定にすぎなく、 h を、十分小さな値に選んでおけば現実の連続量としての E の振舞いをかなり良く近似できると考えた。従って彼は、彼の提案したエネルギー量子仮説がどんなに重大な意味を持っているかに、あまり深く気付くことはなかった。

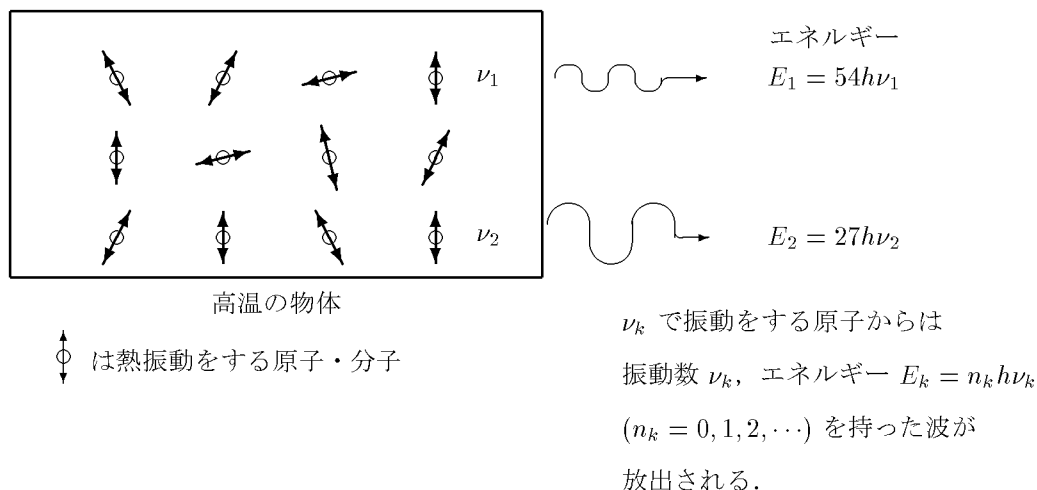


図 4-8 プランクのエネルギー量子仮説による高温物体からの電磁波の放出

プランクの量子仮説とアインシュタインの光量子仮説との違い

Planck の量子仮説では、振動数 ν の電磁波を放出する役割を持つ物質中の振動粒子は、 $0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots$ なるとびとびのエネルギー値しかとれないと仮定する。しかし、そこから放出される光は、むしろ「波」である。

これに対して、Einstein は、光の放出、呼吸のような瞬間的な過程には、マクスウェルの電磁気学が使えないと考え、Planck の考えをより徹底化させ、「振動数 ν の電磁波は、エネルギー $h\nu$ を持つ〈粒子〉として振舞う」と考えねばならないとした。

Einstein にとって、光量子仮説は、光電効果の説明が主たる動機であったわけではない。しかし、光電効果の説明は、光量子仮説が出て初めて、納得の行くものができるようになる。即ち、光を「波」と考えている限り、一点に集中して進む波などは

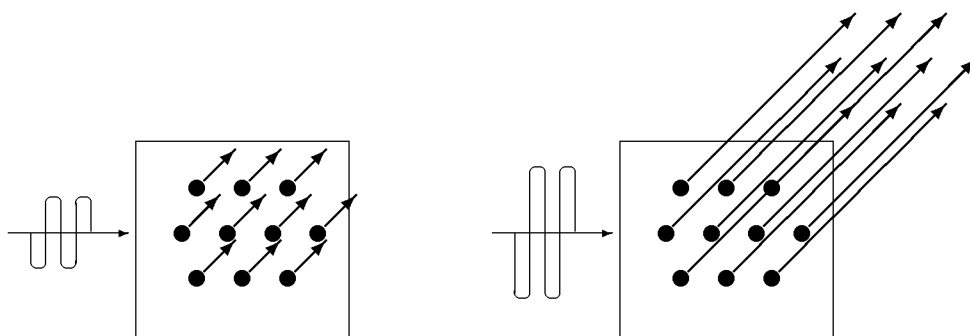
振動数一定のまま光の強さを4倍にすると

Planck の
エネルギー
量子仮説

単位時間当りのエネルギー
 $2h\nu$ を持つ波

単位時間当りのエネルギー
 $8h\nu$ を持つ波

振幅が2倍となる



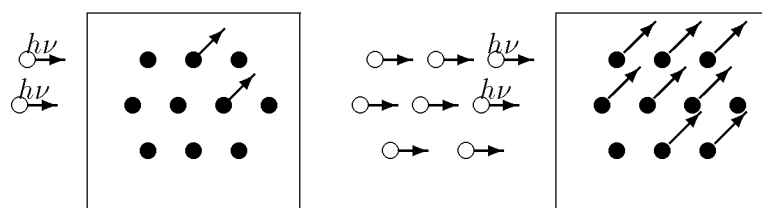
10個の電子は各々
単位時間当り $0.2h\nu$
のエネルギーを受け取る

10個の電子は各々
単位時間当り $0.8h\nu$
のエネルギーを受け取る

Einstein
の
光量子仮説

単位時間当り 2個の
光子が飛んでくる

単位時間当り 8個の
光子が飛んでくる



2個の電子が各々
 $h\nu$ のエネルギーを
受け取る

8個の電子が各々
 $h\nu$ のエネルギーを
受け取る

図 4-9 光電効果の説明：波動説と粒子説

あり得ないので、金属に照射された光の「波」は、1個の電子にのみ衝突してそのエネルギーを全て与える、ということはありません。照射された光の「波」は、そこに

ある全ての電子を平等に揺り動かし、そのエネルギーを分配してしまうであろう。例え、その波のエネルギーがある最小単位 ε の整数倍の値しかとらなくても、事情は同じである。 100ε のエネルギーを持つ波は、 10ε のエネルギーを持つ波より、当然大きなエネルギーを電子一個当たりについて与えるであろう。光量子仮説にもとずいて、光は各「光子」1個が $\varepsilon = h\nu$ を持つエネルギーの「粒子」として考えて初めて、入射エネルギーが 100ε であろうと 10ε であろうとしたがって入射光子数が 100 個であろうと 10 個であろうと、電子1個に衝突する光子は1個でしかあり得ないので、電子1個が持てる運動エネルギーの最大値 E_m は (4.2) で決ってしまう。このようにして光電効果の説明のためには、光を「粒子」と考えることが不可欠になる。

Einstein 自身は、光量子仮説の提唱にあつたては、あまり光電効果の説明に動機を置かなかつたのだが、1921年、彼はこの「光電効果の法則の発見」を理由として、ノーベル物理学賞を受賞する。(彼の受賞理由は相対性理論の提唱ではないことに注意。) なお、Planck は、「エネルギー量子の発見」を受賞理由として、1918年ノーベル物理学賞を受賞する。

4.3 物質の二元性

光の粒子を示す現象は、光電効果だけではなかつた。どうやら、光は、あるときは「粒子」として振舞い、またあるときは「波」として振舞う。それだけでなく、更に、今まで「粒子」と思われていた電子が今度は……。

コンプトン効果

コンプトン効果とは、炭素などの軽い元素によって散乱される X 線が、入射時より、波長が長くなって出て来るといふ現象をいう。

1923年、Compton (米) は、アインシュタインの光量子仮説 (光は、エネルギー $h\nu$ 、運動量¹ $h\nu/c$ を持つ粒子として振舞う) から、この現象の理論的な説明に成功

¹特殊相対性理論 (Chapter 2) より、一般に、運動量 $\vec{p} = m\vec{v}$, (2.50), およびエネルギー $E = mc^2$, (2.52), が成立するので、

$$\vec{p}/E = \vec{v}/c^2$$

の関係が成立する。光子の場合、 $v = c$ で運動すると考えれば、

$$p = (v/c^2)E = E/c = h\nu/c$$

が得られる。

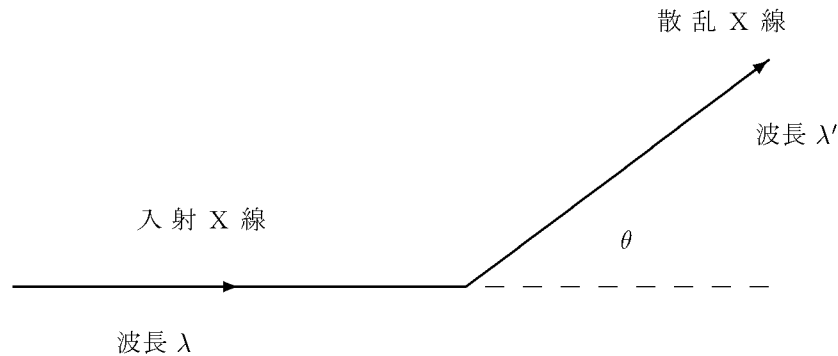


図 4-10 コンプトン効果の実験： $\lambda' - \lambda = A \sin^2(\theta/2)$ なる関係が観測された。

する。[エネルギー保存則と運動量保存則とを、(入射光子) \rightarrow (散乱光子) + (散乱電子) について適用すれば、理論式 $\lambda' - \lambda = 2(h/mc) \sin^2(\theta/2)$ が得られ、これは実験とぴったり一致する。図 4-11 を見よ。] (彼は、この功績により、1927 年度ノーベル物理学賞を受賞する。)

光の二元性

このようにして、光電効果やコンプトン効果の説明のためには、光を「エネルギー $E = h\nu$ 、運動量 $p = h\nu/c = h/\lambda$ を持つ〈粒子〉」と考えねばならない。しかし一方、19 世紀末までに、「光は波である」と結論づけることになった諸実験 (回折、干渉、偏光、物質中の光速、等) は、依然として正しく、これらの現象のためには、光は、「振動数 ν 、波長 λ 、を持つ〈波〉」と考えねばならない。

すでに第 1 章で強調したように、光を「粒子」と考えるか「波」と考えるかは、これまでの物理学では両立しない概念であり、光は「粒子」または「波」のいずれか一方でなくてはならない。しかるに実際は光はあるときは「粒子」またあるときは「波」として振舞う。このことは、どのように考えて行ったら良いのであろうか？

とりあえず、物理学者達は、光を「波」と決めつけることも、「粒子」と決めつけることも止め、「光は、あるときは〈波動性〉を示し、またあるときは、〈粒子性〉を示す」と考えることにした。光は、その時々の実験 (観測) に応じて、本来、古典物理学では両立しないはずの相対立する 2 つの性質の、そのどちらかを示す。この光の奇妙な性質を「光の二元性」と呼ぶ。

W.L.Bragg (X 線による結晶構造の解析により、父 W.H.Bragg と共に、1915 年

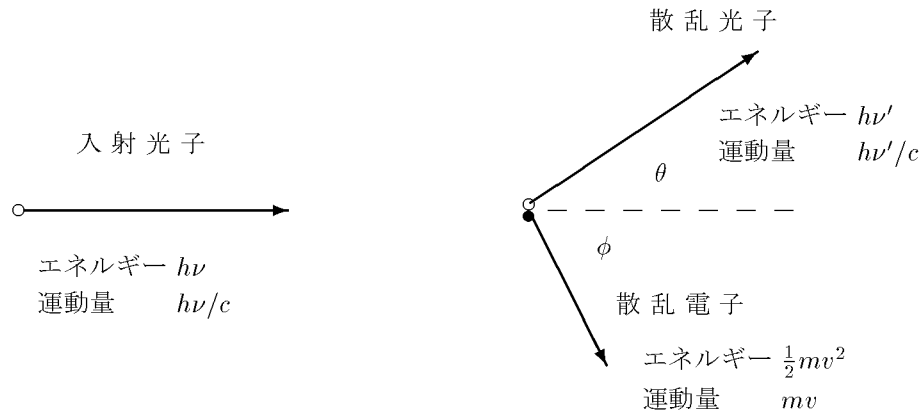


図 4-11 コンプトン効果の光量子仮説にもとづく説明

(参考) 図より,

$$\begin{aligned} \text{エネルギー保存則:} \quad & h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}mv^2. \\ \text{運動量保存則:} \quad & (h\nu/c) = (h\nu'/c) \cos \theta + mv \cos \phi \\ & 0 = (h\nu'/c) \sin \theta + mv \sin \phi. \end{aligned}$$

これらより v および ϕ を消去し, 関係 $\lambda\nu = c$ を用いれば, 理論式 $\lambda' - \lambda \approx 2(h/mc) \sin^2(\theta/2)$ が得られる.

度ノーベル物理学賞授賞) は, この当時の物理学者達の困惑状況を皮肉って, 「物理学者達は, 月, 水, 金曜日には古典論 (波動説) を使い, 火, 木, 土曜日には, 光量子説 (粒子説) を使っている。」と述べた.

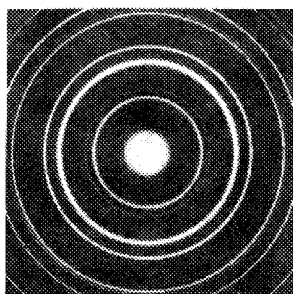
物質波 (ドブロイ波)

「二元性」という奇妙な性質は「光」についてではなかった.

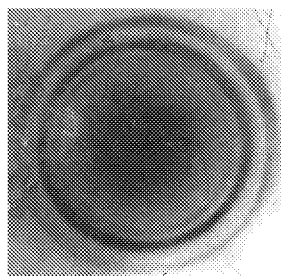
1924年11月, フランスの de Broglie は, 今まで波と思われていた光に二元性があるなら, 今まで粒子と思われていた電子にも二元性があるのではないかとの考えを, 彼の学位論文として提出した. 振動数 ν , 波長 λ を持つ光は, エネルギー $E = h\nu$, 運動量 $p = h/\lambda$ を持つ〈粒子〉的な振舞いをしたのであるから, 逆に, エネルギー E , 運動量 p を持つ粒子は, 振動数 $\nu = E/h$, 波長 $\lambda = h/p$ を持つ〈波〉のような振舞いをするに違いないと考えた. 彼はそれを「物質波」と呼んだ. (後の人々はそれを「ドブロイ波」とも呼ぶ.)

そして実際, 1927年, アメリカの Davison と Germer によって, このことが実験

的に確認される。彼らは、電子線をニッケルの単結晶に照射することによって、X線による結晶の回折像と同じような回折像写真を撮ることに成功する。その回折、干渉の様子は、de Broglieの予言した理論どおりであった。(また、de Broglieは、1927年の実験的確認の2年後、1929年、電子の波動性の発見を理由としてノーベル物理学賞を得る。)



金の電子回折写真



金のX線回折写真

図4-12 電子およびX線による回折写真 (電子回折写真は小野山伝六、三谷健次編「物理学史と現代物理学」朝倉書店より引用)

物質の二元性

結局、あらゆる物質(「光」も含めて)、

粒子的性質

$$\text{エネルギー } E \leftarrow E = h\nu \rightarrow \text{振動数 } \nu$$

$$\text{運動量 } p \leftarrow p = h/\lambda \rightarrow \text{波長 } \lambda$$

波動的性質

なる両方の性質を合わせ持つ。このことを「物質の二元性」と呼ぶ。

しかし、古典物理学では、「粒子」と「波」とは全く異なる概念であり、両立し得ない。この問題の解決は、1927年のHeisenbergによる「不確定性関係」の発見まで、待たねばならない。

【参考】位相速度 v_p と群速度 v_g

粒子の運動量の大きさ p は $p = mv$ で与えられる。一方、エネルギー E は、Einsteinの相対性理論より $E = mc^2$ (但し、 m は相対的質量であり、静止質量 m_0 と $m = m_0/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ なる関係を持つ。) で与えられる。よって、 $p/E = v/c^2$ 、即ち

$$v = c^2 p/E$$

なる関係を持つ。

これに対して、波の運動では、波の速度は、波の振動数 ν 、波長 λ から、 $v = \lambda\nu$ とし与えられる。この波の速度 v と、先の粒子の速度 v とを、同一視してはならない。波の理

論では、 $\lambda\nu$ によって与えられる波の速度は、「位相速度」(以後 v_p と書く) と呼ばれ、個々の波の山(谷)が進む速さを表す。これに対して、図のように、個々の波の形が全体としてある形(「波束」と呼ぶ)をつくる時、その波の形の進む速さは「群速度」(v_g と書く) と呼ばれ、 $v_g = d\nu/d(1/\lambda)$ で与えられる。

ドブロイ波は、振動数 $\nu = E/h$ 、波長 $\lambda = h/p$ を持つから、この波の位相速度は

$$v_p = \nu\lambda = E/p$$

となり、群速度は

$$v_g = \frac{d\nu}{d(1/\lambda)} = \frac{dE}{dp} = \frac{d\sqrt{c^2p^2 + m_0^2}}{dp} = \frac{c^2p}{\sqrt{c^2p^2 + m_0^2}} = \frac{c^2p}{E} = \frac{p}{m}$$

となる。即ち、ドブロイ波の群速度が、粒子の運動する速さ v に対応している。

光子の場合に限り、静止質量 m_0 がゼロなので、 $E = \sqrt{c^2p^2 + m_0^2} = cp$ となり、よって

$$v_g = v_p = v = c$$

が成り立つ。

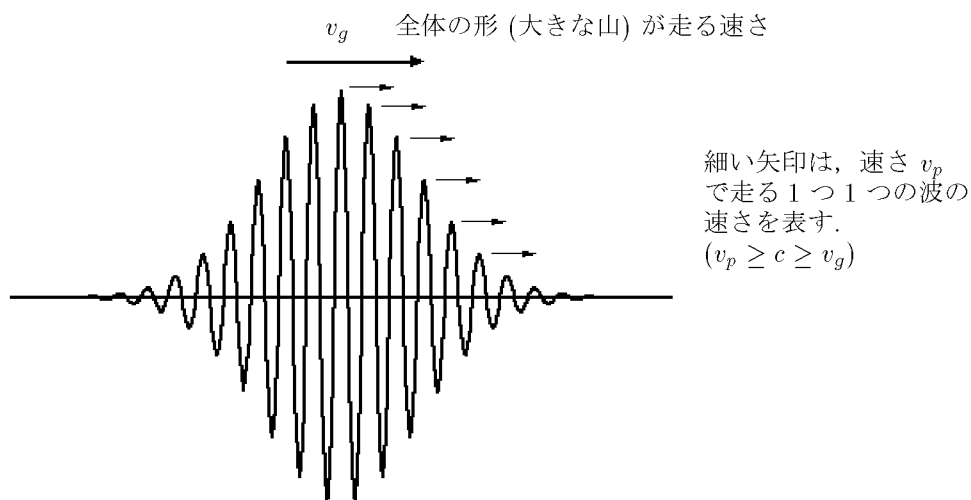


図 4-13 波束